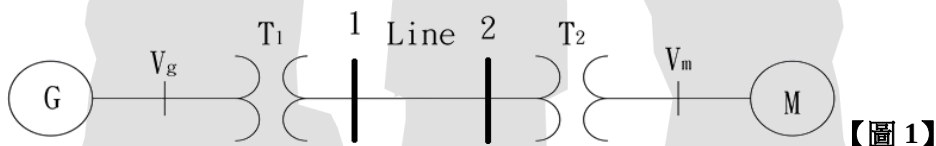


三民輔考－經濟部新進職員甄試（電機類）

電力系統與電機機械、電磁學

109 年

一、請推導高壓傳輸系統之實虛功潮流公式，並繪出【圖 1】標么化電力系統阻抗圖。



(一) 請推導高壓傳輸系統之匯流排 1 及匯流排 2 之實虛功潮流公式，並回答下列問題，符號假設如下：匯流排 1 電壓 (V_1 角度 δ_1)，匯流排 2 電壓 (V_2 角度 δ_2) 及傳輸線 Line 阻抗 $R+jX$ ($X \gg R$)。

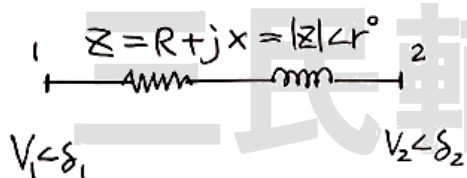
1. 解釋為何虛功傳輸取決於電壓大小？
2. 解釋為何實功傳輸取決於相角差？

(二) 當【圖 1】中所示電力系統三相功率與線電壓額定數值如表，請以 100MVA 為基準值，選擇 20kV 為發電機電壓基準，將所有阻抗表示成標么值並繪出阻抗圖（計算至小數點第 3 位，以下四捨五入）。

G :	60MVA	20kV	$X=5\%$
T_1 :	50MVA	20/200kV	$X=10\%$
T_2 :	50MVA	200/20kV	$X=10\%$
M :	40MVA	18kV	$X=8\%$
Line :	200kV	$Z=120+j200\Omega$	

【擬答】

(一)





$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = |V_1| \angle \delta_2 \left[\frac{|V_1|}{|Z|} \angle r - \delta_1 - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle r - \delta_2 \right]$$

$$= \frac{|V_1|^2}{|Z|} \angle r - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \angle r + \delta_1 + \delta_2$$

因此在送電端

$$\text{實動率: } P_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos r - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(r + \delta_1 - \delta_2)$$

$$\text{虛動率: } Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin r - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(r + \delta_1 - \delta_2)$$

對於 $X \gg R$ 即 $\frac{R}{X}$ 甚小時

1. 當 $R \approx 0$ 即 $Z = x \angle 90^\circ$

$$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X} \sin(\delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|}{X} [|V_1| - |V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2)]$$

因此 Q_{12} 虛動率傳輸取決於電壓大小

2. 而 δ_1 或 δ_2 上的小改變會對實動率有顯著的影響。

(二) 以 100MVA, 20kV 為基準

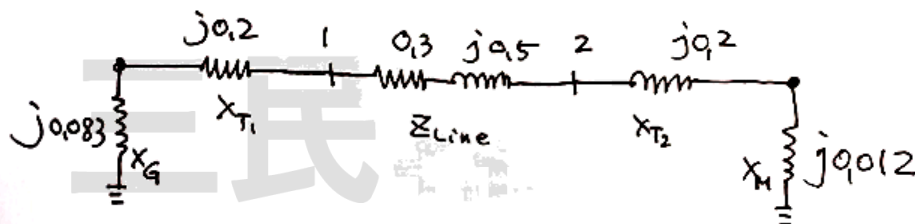
$$X_G = 5\% \left(\frac{100^{MVA}}{60^{MVA}} \right) = j0.083$$

$$X_{T1} = 10\% \left(\frac{100^{MVA}}{50^{MVA}} \right) = j0.2$$

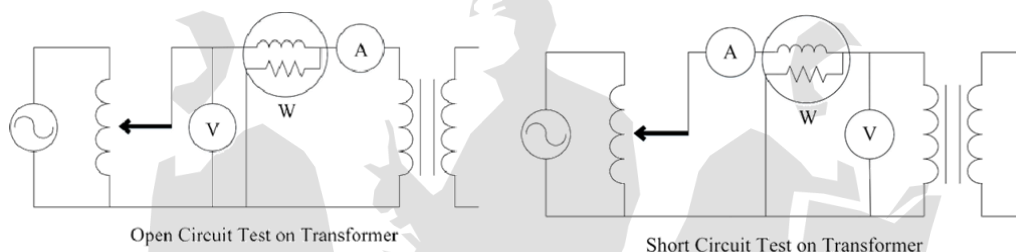
$$X_{T2} = 10\% \left(\frac{100^{MVA}}{50^{MVA}} \right) = j0.2$$

$$Z_{Line} = (120^\Omega + j200^\Omega) \frac{100}{(200)^2} = 0.3 + j0.5$$

$$X_M = 8\% \cdot \frac{100}{40} \cdot \left(\frac{18}{20} \right)^2 = j0.012$$



二、請說明【圖 2】中變壓器試驗分析目的，並回答下列問題：

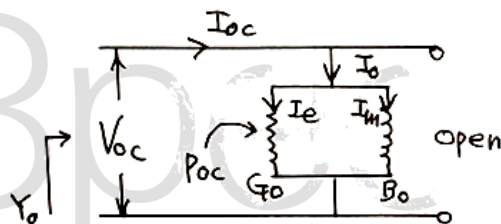


【圖 2】

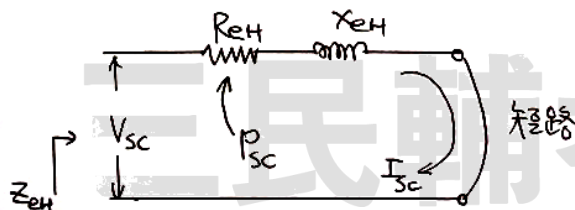
- (一) 請簡要說明利用變壓器開路試驗及短路試驗為測定變壓器的哪幾項參數（請各列舉 3 項，第 4 項後不計分）？
- (二) 請簡要說明如何透過【圖 2】開路試驗及短路試驗，測試變壓器損失？並說明試驗方式。
- (三) 承（一）參數，請描述變壓器等效電路模型。

【擬答】

- (一) 開路試驗：測量變壓器鐵損、額定電壓、激磁電流
 短路試驗：測量變壓器銅損、額訂電流、阻抗
- (二) 開路試驗：調輸入電壓至額定電壓、瓦特表的讀值為鐵損。高壓側開路。
 短路試驗：供入約額定電壓的 3%~10%，調至安培表為高壓側的額定電流、低壓側短路，瓦特表讀值為銅損。
- (三) 開路試驗等效圖如下：

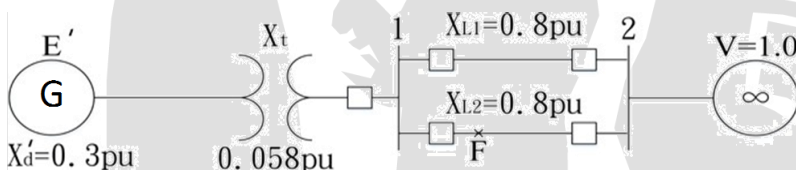


短路試驗等效圖如下：



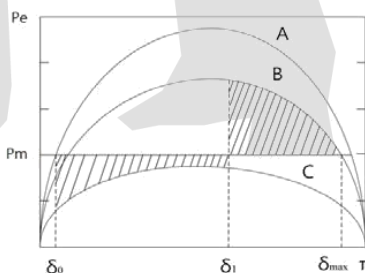


三、如【圖 3】所示，一台 60Hz 同步發電機藉由電感性線路接到一個無限匯流排上，發電機慣量常數為 $H=10\text{MJ/MVA}$ ，直軸暫態電抗 $X_{d'} = 0.3 \text{ pu}$ ， $X_t = 0.058 \text{ pu}$ ，經 2 條平行輸電線 $X_{L1} = X_{L2} = 0.8 \text{ pu}$ 傳送電力至無限匯流排，發電機送出時功率為 $P_e = 0.8 \text{ pu}$ ， $Q_e = 0.07 \text{ pu}$ 到電壓為 $V = 1\angle 0^\circ \text{ pu}$ 之無限匯流排，請回答下列問題：



【圖 3】

- (一) 一個暫時性三相故障於 F 點時，當故障被清除後輸電線完好，請計算臨界清除角及臨界清除時間（計算至小數點第 3 位，以下四捨五入）？
1. 臨界清除角 δ_c ，以弧度表示。
 2. 臨界清除時間 t_c 。
- (二) 依【圖 3】系統架構，當故障位置為遠離發電機端 F 點時，故障前、故障中及故障後，依等面積法則之加減速原理，如何觀察系統是否穩定？請參考【圖 4】為例描述之。



【圖 4】

【擬答】

(一) 由題意 $P_e = 0.8 + j0.07 \text{ pu}$

進入無限匯流排電流為：

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{0.8 - j0.07}{1.0\angle 0^\circ} = 0.8 - j0.07$$

∴故障前發電機內部電壓與無限匯流排傳輸電抗為

$$X_1 = j0.3 + j0.058 + \frac{j0.8}{2} = j0.758$$

$$\begin{aligned} E' &= V + jX_1 I = 1.0 + j0.758(0.8 - j0.07) \\ &= 1 + j0.6064 + 0.05306 = 1.05306 + j0.6064 \\ &= 1.215\angle 29.935^\circ \end{aligned}$$

∴電力角方程式

$$P_{max} \cdot \sin \delta = \frac{(1.215)(1.0)}{0.758} \sin \delta = 1.603 \sin \delta$$

∴初始運轉角 $1.603 \sin \delta = 0.8$

∴ $\delta_0 = 29.938^\circ$ 或 0.5225 徑

由圖 $\delta_{max} = 180^\circ - \delta_0 = 150.062^\circ$ 或 2.619 徑

∴ 臨界清除角

$$\begin{aligned} \cos \delta_c &= \frac{P_m}{P_{max}} (\delta_{max} - \delta_0) + \cos \delta_{max} \\ &= \frac{0.8}{1.603} (2.619 - 0.5225) + \cos 150.062^\circ \\ &= 0.1797 \end{aligned}$$

1. $\delta_c = \cos^{-1}(0.1797) = 79.645^\circ = 1.39$ 徑

$$2. t_c = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f_0 P_m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10(1.39 - 0.5225)}{\pi \cdot 60 \cdot 0.8}} = 0.339 \text{ 秒}$$

(二)

A 為故障前： $P_{max} \sin \delta$

B 為故障清除後： $r_2 P_{max} \cdot \sin \delta$

C 為故障期間： $r_1 P_{max} \cdot \sin \delta$

$$\therefore \text{加速面積} : A_a = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_m - r_1 P_{max} \sin \delta) \cdot d\delta$$

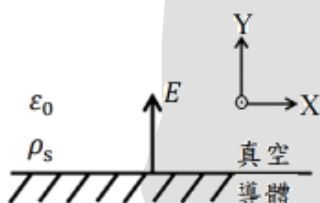
$$\text{減速面積} : A_d = \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} (r_2 P_{max} \sin \delta - P_m) \cdot d\delta$$

若 $A_a > A_d$: 暫態不穩定 ; 若 $A_a < A_d$: 暫態穩定

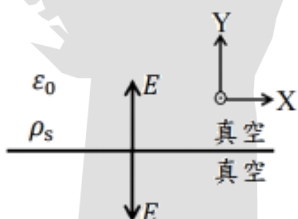
三民輔考

四、真空中一無窮大平面之表面電荷密度為 ρ_s ，請計算：

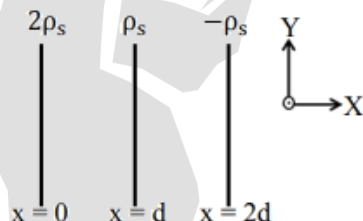
- (一) 如【圖 5】之結構，請推導上半平面之法線電場 $\vec{E}$ ，須註明方向。
 (二) 如【圖 6】之結構，請推導空間中之法線電場 $\vec{E}$ ，須註明方向。
 (三) 現有三無窮大平面置於真空中分別相距 d ，如【圖 7】，其平面上表面電荷密度分別為 $2\rho_s$ 、 ρ_s 、 $-\rho_s$ ，試求空間中電場強度，須註明方向。



【圖 5】



【圖 6】

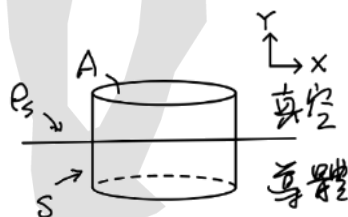


【圖 7】

【擬答】

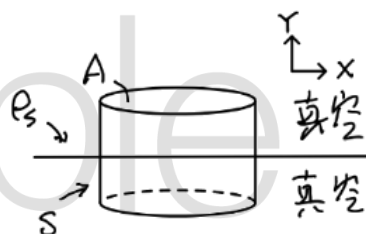
(一)

$$\begin{aligned}\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{1}{\epsilon_0} Q_{enc} \\ \Rightarrow E \cdot A &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho_s \cdot A \\ \Rightarrow \vec{E} &= \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_Y\end{aligned}$$



(二)

$$\begin{aligned}\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{1}{\epsilon_0} Q_{enc} \\ \Rightarrow EA + EA &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho_s A \Rightarrow E = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \\ \vec{E}(Y > 0) &= \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \hat{a}_Y \quad (\text{Ans}) \\ \vec{E}(Y < 0) &= \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} (-\hat{a}_Y) \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$



(三)

$$\begin{aligned}\vec{E}(X < 0) &= \frac{1}{2\epsilon_0} (2\rho_s + \rho_s - \rho_s) (-\hat{a}_X) \\ &= \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{a}_X \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}(0 < X < d) &= \frac{1}{2\varepsilon_0} [2\rho_s \hat{a}_x + \rho_s(-\hat{a}_x) - \rho_s(-\hat{a}_x)] \\ &= \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \hat{a}_x \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$

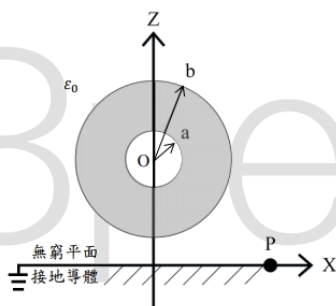
$$\begin{aligned}\vec{E}(d < X < 2d) &= \frac{1}{2\varepsilon_0} [2\rho_s \hat{a}_x + \rho_s \hat{a}_x - \rho_s(-\hat{a}_x)] \\ &= \frac{2\rho_s}{\varepsilon_0} \hat{a}_x \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$

$$\vec{E}(X > 2d) = \frac{1}{2\varepsilon_0} (2\rho_s + \rho_s - \rho_s) \hat{a}_x = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \hat{a}_x \quad (\text{Ans})$$

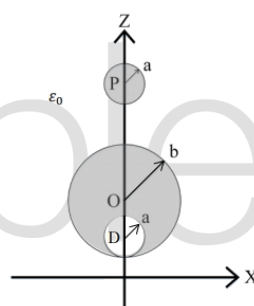
五、有一球體置於真空中，其球心 O 的座標為 $(x_c, y_c, z_c) = (0, 0, h)$ ，請計算：

(一) 如【圖 8】所示，若此球體為一均勻分布總電荷為 Q_0 之中空球體，其內徑為 a 、外徑為 b ，現有一無窮平面接地導體置於 $z=0$ 平面，請計算球心 O 的電場 $\vec{E}_C$ (5 分)，若 $P=(2h, 0, 0)$ ，求 P 點的電場 $\vec{E}_P$ (計算至小數點後第 3 位，以下四捨五入)？

(二) 如【圖 9】所示，若一均勻分布總電荷為 Q_0 半徑為 b 之球體，現將此球體挖出一半徑為 a 之小球體，並將此小球體置於原球體上方，球心 D 座標為 $(x_d, y_d, z_d) = (0, 0, h - 2a)$ ，球心 P 座標為 $(x_p, y_p, z_p) = (0, 0, 2h)$ ，其中 $a = \frac{1}{3}b$ ， $b = \frac{1}{2}h$ ；請計算原點 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ 之電場 $\vec{E}$ ，須註明方向 (計算至小數點後第 3 位，以下四捨五入)。



【圖 8】



【圖 9】

三民輔考



【擬答】

(一)

1. 由靜電屏蔽效應，可得球心 O 點的電場 $\vec{E}_C = 0$ (Ans)

2. X-Y 平面上的感應面電荷密度為：

$$\Gamma_{ind} = \frac{-Q_0 h}{2\pi} \cdot \frac{1}{(x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}}$$

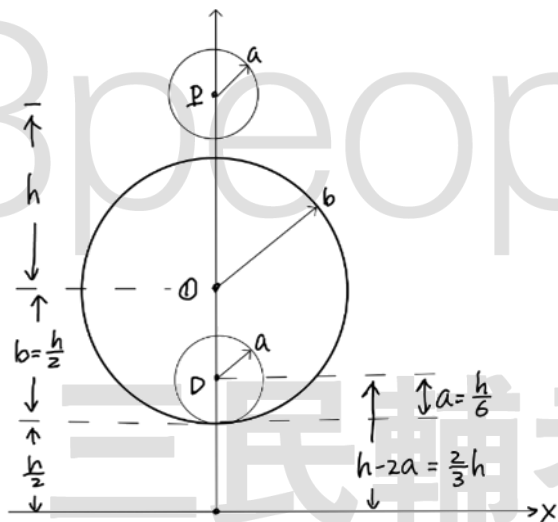
P 點的電場為 Q_0 與 Γ_{ind} 所造，即

$$\begin{aligned} (1) \vec{E}_{P1} &= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(\sqrt{5}h)^2} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \hat{a}_x - \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{a}_z \right) \\ &= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{h}{(\sqrt{5}h)^3} (2\hat{a}_x - \hat{a}_z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \vec{E}_{P2} &= \frac{\Gamma_{ind}}{2\epsilon_0} \hat{a}_z = \frac{-Q_0 h}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{[(2h)^2 + h^2]^{3/2}} \hat{a}_z \\ &= \frac{-Q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{h}{(\sqrt{5}h)^3} \hat{a}_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_P &= \vec{E}_{P1} + \vec{E}_{P2} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{h}{(\sqrt{5}h)^3} (2\hat{a}_x - 2\hat{a}_z) \\ &= \frac{Q_0}{10\sqrt{5}\pi\epsilon_0 h^2} (\hat{a}_x - \hat{a}_z) \quad (\text{Ans}) \end{aligned}$$

(二) 幾何分析如下圖：



原點的電場為：

$$\begin{aligned}\vec{E}(0,0,0) &= \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{h^2} (-\hat{a}_z) + \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(2h)^2} (-\hat{a}_z) + \frac{-q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{3}h\right)^2} (-\hat{a}_z) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 h^2} (Q_0 - 2q_0) (-\hat{a}_z)\end{aligned}$$

其中：

$$q_0 = \frac{Q_0}{b^3 - a^3} \times a^3 = \frac{Q_0}{\left(\frac{h}{2}\right)^3 - \left(\frac{h}{6}\right)^3} \times \left(\frac{h}{6}\right)^3 = \frac{Q_0}{26}$$

$$\text{故得：}\vec{E}(0,0,0) = \frac{3Q_0}{12\pi\epsilon_0 h^2} (-\hat{a}_z) \quad (\text{Ans})$$

六、如【圖 10】所示，空間中有二無窮長平行導體相距 d ，帶同向電流 I_1 和 I_2 ，請計算導線間每單位長度之作用力，須註明作用力為吸引力或相斥力。



【圖 10】

【擬答】

$$F_\ell = \frac{1}{\ell} F_{12} = \frac{1}{\ell} I_1 \ell \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad (\text{吸引力}) \quad (\text{Ans})$$

三民輔考