

三民輔考－經濟部新進職員甄試（機械類）

熱力學與熱機學、流體力學與流體機械

109 年

- 一、對理想氣體而言，請推導內能 u 、等容比熱 C_V 及溫度 T 之關係為 $\Delta u = C_V \Delta T$ 。

【擬答】

內能關係式為

$$d_u = C_V d_T + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - P \right] d_V$$

將狀態方程式代入上式可得

$$\begin{aligned} d_u &= C_V d_T + \left[T \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{RT}{V} \right)_V - P \right] d_V \\ &= C_V d_T + \left(\frac{RT}{V} - P \right) d_V \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad \quad \quad P \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d_u = C_V d_T$$

若 $C_V = \text{const.}$ ，則上式積分可得內能變化量為 $\Delta u = C_V \Delta T$

- 二、在一使用空氣為工作流體之布雷登(Brayton)循環中，其空氣壓縮機壓縮比為 12，進入空氣壓縮機(compressor)及氣渦輪機(turbine)之空氣溫度分別為 300K 及 1000K，空氣之等壓比熱值為 1.005 kJ/kg·K，請計算下列各項（計算至小數點後第 1 位，以下四捨五入）。

- (一) 假設空氣壓縮機(compressor)及氣渦輪機(turbine)之等熵效率(isentropic efficiency)皆為 100%時，計算淨輸出功率為 30MW 時，所需之空氣質量流率？（15 分）
- (二) 假設空氣壓縮機(compressor)及氣渦輪機(turbine)之等熵效率(isentropic efficiency)皆為 80%時，計算淨輸出功率為 30MW 時，所需之空氣質量流率？（10 分）



【擬答】

(一) 由 2→3 及 4→1 之能量守恆可得

$$\begin{cases} q_{23} - w_{23} = \Delta h_{23} \\ q_{41} - w_{41} = \Delta h_{41} \end{cases}$$

q_H 0
 q_L 0

$$\Rightarrow \begin{cases} q_H = C_p(T_3 - T_2) \dots\dots\dots ① \\ q_L = C_p(T_4 - T_1) \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

其中由 1→2 及 3→4 可得

$$\begin{cases} T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 r_p^{\frac{k-1}{k}} = 300(12)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 610.2(\text{K}) \\ T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = T_3 \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} = 1000 \frac{1}{(12)^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 491.7(\text{K}) \end{cases}$$

代入①②可得

$$\begin{cases} q_H = 1.005(1000 - 610.2) = 391.7 \text{ (kJ/kg)} \\ q_L = 1.005(491.7 - 300) = 192.7 \text{ (kJ/kg)} \end{cases}$$

所需之空氣質量流率($\dot{m}$)為

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_{out,net}}{W_{out,net}} = \frac{\dot{W}_{out,net}}{q_H - q_L} = \frac{30 \times 10^3}{391.7 - 192.7} = 150.8(\text{kg/s})$$

(二) 由等熵效率之定義可得

$$\begin{cases} q_c = \frac{W_{c,s}}{W_c} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2a} - T_1} \\ q_i = \frac{W_i}{W_{i,s}} = \frac{T_3 - T_{4a}}{T_3 - T_4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.8 = \frac{610.2 - 300}{T_{2a} - 300} \\ 0.8 = \frac{1000 - T_{4a}}{1000 - 491.7} \end{cases}$$

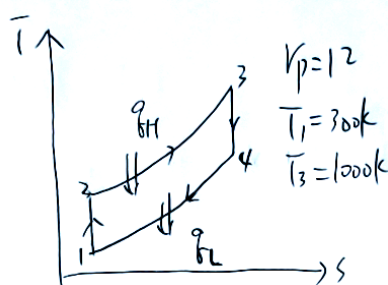
$$\Rightarrow \begin{cases} T_{2a} = 687.8(\text{K}) \\ T_{4a} = 593.4(\text{K}) \end{cases}$$

代入①②可得

$$\begin{cases} q_H = 1.005(1000 - 687.8) = 313.8(\text{kJ/kg}) \\ q_L = 1.005(593.4 - 300) = 294.9 \text{ (kJ/kg)} \end{cases}$$

所需之質量流率($\dot{m}$)為

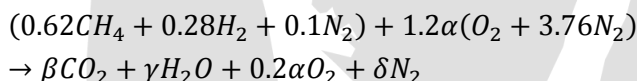
$$\dot{m} = \frac{30 \times 10^3}{313.8 - 294.9} = 1587.3(\text{kg/s})$$



三、一氣體燃料之體積分析為 CH_4 ：62%、 H_2 ：28%、 N_2 ：10%，若此燃料與120%之理論空氣量完全燃燒，試求空氣燃料比（計算至小數點後第3位，以下四捨五入）。

【擬答】

反應方程式為

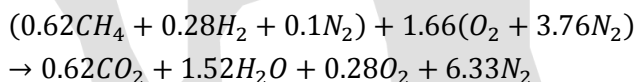


其中由各元素質量守恆可得

$$\begin{cases} C : 0.62 = \beta \\ H : 0.62(4) + 0.28(2) = 2\gamma \\ N_2 : 0.1 + 1.2\alpha(3.76) = \delta \\ O_2 : 1.2\alpha = \beta + \frac{1}{2}\gamma + 0.2\alpha \end{cases}$$

$$\rightarrow \alpha = 1.38 ; \beta = 0.62 ; \gamma = 1.52 ; \delta = 6.33$$

故反應方程式為



空氣燃料比(AF)為

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{N_{air}M_{air}}{N_{CH_4}M_{CH_4} + N_{H_2}M_{H_2} + N_{N_2}M_{N_2}} \\ = \frac{1.66(4.76)(28.97)}{0.62(16) + 0.28(2) + 0.1(28)} = 17.237 \left(\frac{\text{kg} - \text{air}}{\text{kg} - \text{fuel}} \right)$$

四、伯努利方程式(Bernoulli equation)為簡化之能量方程式，請回答下列問題：

- (一) 請寫出伯努利方程式（寫出方程式即可，不必推導）。
- (二) 伯努利方程式成立之流場條件為何？
- (三) 若伯努利方程式以 $A+B+C=D$ 表示時，請回答方程式中 A、B、C、D 之物理意義為何？
- (四) 請簡述皮托管(Pitot tube)之工作原理及如何求得流場流速？

【擬答】

$$(一) P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gz = \text{const.}$$



(二) ①無黏流。②穩流。③不可壓縮流。④沿一條流線。

(三) $A = P$ ：靜壓

$$B = \frac{1}{2}\rho V^2 : \text{動壓}$$

$$C = \rho g z : \text{靜水靜壓}$$

$$D = P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z : \text{全壓}$$

(四) 吾人可藉由皮托管以量測停滯壓及靜壓差，即動壓，以求得流場流速。
由伯努利方程式可得流速為

$$V = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2P_g}{\rho}}$$

其中 P_g 為壓力表之值，即動壓。

五、請寫出下列無因次參數之定義及其物理意義：

(一) 雷諾數(Reynolds number)。 (二) 歐拉數(Euler number)。

(三) 福祿數(Froude number)。 (四) 韋伯數(Weber number)。

(五) 馬赫數(Mach number)。

【擬答】

(一) 雷諾數(Re) $Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{\text{慣性力}}{\text{黏滯力}}$

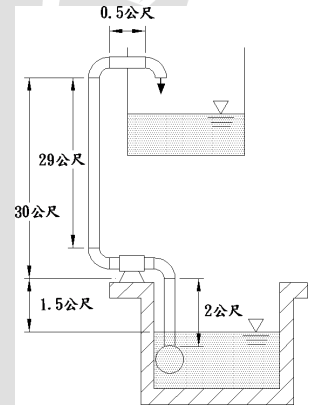
(二) 歐拉數(Eu) $Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{\text{壓力}}{\text{慣性力}}$

(三) 福祿數(Fr) $Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \frac{\text{慣性力}}{\text{重力}}$

(四) 韋伯數(We) $We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} = \frac{\text{慣性力}}{\text{表面張力}}$

(五) 馬赫數(M) $M = \frac{V}{C} = \frac{\text{慣性力}}{\text{可壓縮力}}$

六、如【圖 1】所示，抽水機（效率為 0.7）自池塘將水抽至 30 公尺高之水塔，管路入口處低於水面下 0.5 公尺，輸送管管徑為 15 公分，摩擦係數 0.02，90 度彎頭之能量損失係數為 0.75，管路入口及出口之能量損失係數各為 0.5 及 0.04，請問抽水量為 0.015 立方公尺/秒時，所需之抽水機功率為何（以馬力表示，計算主要損失時請忽略彎頭長度，計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）？



【擬答】

取池塘水面一點（點 1）及管子出口（點 2）代入能量方程式中，可得

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_{L,M} + h_{L,m} \dots \dots \textcircled{1}$$

其中

$$(i) P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$(ii) V_1 = 0, V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.015}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2} = 0.85 \text{ (m/s)}$$

$$(iii) Z_2 - Z_1 = 30 + 1.5 = 31.5 \text{ (m)}$$

$$(iv) h_{L,M} = f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g} = 0.02 \frac{0.5 + 29 + 2}{0.15} \frac{(0.85)^2}{2(9.81)} = 0.15 \text{ (m)}$$

$$(v) h_{L,m} = \sum k_L \frac{V_2^2}{2g} = (4 \times 0.75 + 0.5 + 0.04) \frac{(0.85)^2}{2(9.81)} = 0.13 \text{ (m)}$$

代入①可得

$$h_p = \frac{(0.85)^2}{2(9.81)} + 31.5 + 0.15 + 0.13 = 31.82 \text{ (m)}$$

故所需之抽水機功率為

$$\dot{W}_p = \frac{\rho Q g h_p}{\eta_p} = \frac{1000(0.015)(9.81)(31.82)}{0.7} = 6689.02 \text{ (W)} = 8.97 \text{ (hp)}$$