

三民輔考－經濟部新進職員甄試（機械類）

熱力學與熱機學、流體力學與流體機械

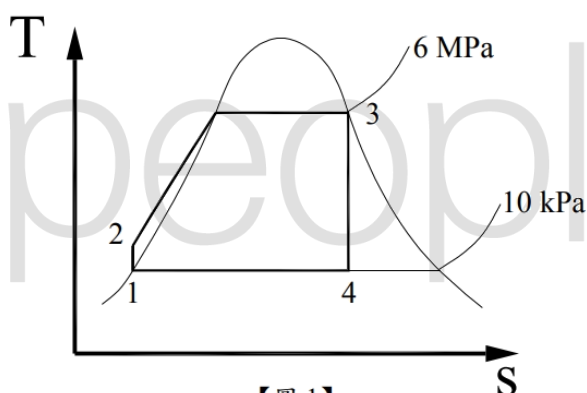
108 年

一、有一理想朗肯循環(Rankine cycle)，其 T-S 圖如【圖 1】所示，鍋爐的壓力為 6MPa，冷凝器的壓力為 10kPa，假設汽輪機之膨脹過程及泵之壓縮過程均為等熵。如果此循環的淨輸出功為 30MW，請利用【表 1】試求下列各項：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

- （一）此循環的熱效率(%)
- （二）水蒸汽的質量流率(kg/sec)

【表 1】

飽和水-水蒸汽(壓力表)									
壓力 (MPa)	飽和 溫度 (°C)	比容 v (m ³ /kg)		比內能 u (kJ/kg)		比焓 h (kJ/kg)		比熵 s (kJ/kg·°K)	
		v _f	v _g	u _f	u _g	h _f	h _g	s _f	s _g
0.01	45.81	0.00101	14.67	191.82	2437.9	191.83	2584.7	0.6493	8.1502
6.0	275.64	0.001319	0.03244	1205.44	2589.7	1213.35	2784.3	3.0267	5.8892



【圖 1】



【擬答】

(一) 由 2→3 及 4→1 之能量守恆可得

$$\begin{cases} q_{23} - w_{23} = \Delta h_{23} \\ q_{41} - w_{41} = \Delta h_{41} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_H = h_3 - h_2 \dots\dots\dots ① \\ q_L = h_4 - h_1 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

其中

1. 1→2

$$h_1 = h_{f@p_1} = 191.83 \text{ (kJ/kg)}$$

$$v_1 = v_{f@p_1} = 0.00101 \text{ (m}^3\text{/kg)}$$

$$w_p = v_1(p_2 - p_1) = 0.00101(6 \times 10^3 - 10) = 6.05 \text{ (kJ/kg)}$$

$$h_2 = h_1 + w_p = 197.88 \text{ (kJ/kg)}$$

2. 3→4

$$h_3 = h_{g@p_3} = 2784.3 \text{ (kJ/kg)}$$

$$S_3 = S_{g@p_3} = 5.8892 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$h_4 = h_{@p_4, S_4=S_3} = 1866.84 \text{ (kJ/kg)}$$

代入①②可得

$$\begin{cases} q_H = 2784.3 - 197.88 = 2586.42 \text{ (kJ/kg)} \\ q_L = 1866.84 - 191.83 = 1675.01 \text{ (kJ/kg)} \end{cases}$$

故此循環之熱效率為

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 0.35 \text{ (35\%)}$$

(二) 小蒸汽之質量流率為

$$\dot{m} = \frac{\dot{w}}{w} = \frac{\dot{w}}{q_H - q_L} = \frac{30 \times 10^3}{3586.42 - 1675.01} = 32.92 \text{ (kg/s)}$$

二、有一空氣標準雙燃循環(Dual cycle)，等容加熱過程加熱量為 $1,600\text{kJ/kg}$ ，等壓加熱過程加熱量為 800kJ/kg ，空氣進入汽缸開始壓縮時的壓力及溫度分別為 $P=100\text{kPa}$ ， $T=25^\circ\text{C}$ ，若該循環之壓縮比為 10 其中 $1\rightarrow 2$ 等熵壓縮， $2\rightarrow 3$ 為等容加熱， $3\rightarrow 4$ 為等壓加熱， $4\rightarrow 5$ 為等熵膨脹， $5\rightarrow 1$ 為等容排熱過程，試求下列各項：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

$$\text{提示：}\eta_{\text{Dual}} = 1 - \frac{1}{\gamma_v^{K-1}} \cdot \left[\frac{\gamma_p \cdot \gamma_c^{K-1}}{(\gamma_p - 1) + K \cdot \gamma_p (\gamma_c - 1)} \right]$$

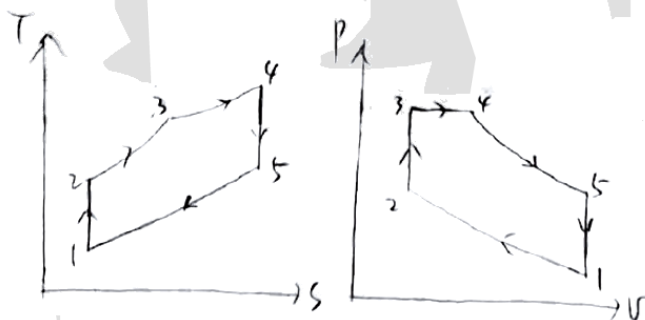
$$\text{壓縮比}\gamma_v = \frac{V_1}{V_2}, \text{斷油比}\gamma_c = \frac{V_4}{V_3}, \text{壓力比}\gamma_p = \frac{P_3}{P_2},$$

$$\text{空氣的等壓比熱}C_p = 1.0035 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}, \text{等容比熱}C_v = 0.716 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

- (一) 請繪出該循環之 T-S 圖及 P-V 圖（相對應點請以 1、2、3 等標示）
- (二) 此循環的最大壓力(kPa)
- (三) 此循環的最高溫度($^\circ\text{K}$)
- (四) 此循環的熱效率 $\eta_{\text{Dual}}(\%)$

【擬答】

(一)



$$q_{23} = 1600 \text{ (kJ/kg)}$$

$$q_{34} = 800 \text{ (kJ/kg)}$$

$$P_1 = 100\text{kPa}, i_1 = 25^\circ\text{C}$$

$$\gamma = \frac{V_1}{V_2} = 10$$

(二) $1\rightarrow 2$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = \gamma^{k-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2 = T_1 \gamma^{k-1} = 298(10)^{1.4-1} = 748.54(\text{k}) \\ P_2 = P_1 \gamma^k = 100(10)^{1.4} = 2511.89 \text{ (kPa)} \end{cases}$$



2→3

$$q_{23} = \Delta u_{23} = C_V(T_3 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{C_V} = 748.54 + \frac{1600}{0.716} = 2983.18 \text{ (K)}$$

$$V_3 = V_2 = \frac{RT_2}{P_2} = \frac{0.287(748.54)}{2511.89} = 0.0855 \text{ (m}^3/\text{kg)}$$

循環之最大壓力為

$$P_{max} = P_3 = \frac{RT_3}{V_3} = \frac{0.287(2983.18)}{0.0855} = 10013.72 \text{ (kPa)}$$

(三) 3→4

$$q_{34} = \Delta h_{34} = C_P(T_4 - T_3)$$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 + \frac{q_{34}}{C_P} = 2983.18 + \frac{800}{1.0035}$$

循環之最高溫度為

$$T_{max} = T_4 = 3780.39 \text{ (K)}$$

(四) 4→5

$$V_4 = \frac{RT_4}{P_4} = \frac{0.287(3780.39)}{10013.72} = 0.1083 \text{ (m}^3/\text{kg)}$$

$\swarrow$
 $P_4 \rightarrow P_3$

$$V_5 = V_1 = \gamma V_2 = 10(0.0855) = 0.855 \text{ (m}^3/\text{kg)}$$

$$T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{k-1} = 3780.39 \left(\frac{0.1083}{0.855} \right)^{1.4-1} = 1654.25 \text{ (K)}$$

5→1

$$q_L = -\Delta u_{51} = C_V(T_5 - T_1) = 0.716(1654.25 - 298) \\ = 971.08 \text{ (kJ/kg)}$$

此循環之熱效率為

$$\eta_{Dual} = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{971.08}{1600 + 800} = 0.5954 \text{ (59.54\%)}$$

三、有一剛性絕熱容器以隔板分成兩部分，一邊裝 0.5kg，300°K，200kPa 的氮氣，另一邊裝 1kg，500°K，400kPa 的氦氣，當隔板抽離後均勻混合達到平衡狀態時，試求下列各項：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

提示：各氣體均為理想氣體，通用氣體常數 $R_u = 8.31 \text{ kJ/kg-mole} \cdot ^\circ\text{K}$

	分子量 M (kg/kg-mole)	氣體常數 R (kJ/kg-mole · °K)	等壓比熱 C_p (kJ/kg · °K)	等容比熱 C_v (kJ/kg · °K)
N ₂	28	0.30	1.0399	0.7431
He	4	2.08	5.1954	3.1189

(一) 最後的平衡溫度(°K)

(二) 最後的平衡壓力(kPa)

【擬答】

$$Q=0$$

N ₂	He	$R_{N_2} = \frac{R_u}{M_{N_2}} = \frac{8.31}{28} = 0.297 \text{ (kJ/kg-k)}$ $R_{He} = \frac{R_u}{M_{He}} = \frac{8.31}{4} = 2.078 \text{ (kJ/kg-k)}$
m=0.5kg	m=1kg	
T ₁ = 300k	T ₁ = 500k	
P ₁ = 200kPa	P ₁ = 400kPa	

(一) 取整個容器為系統，由能量守恆可得

$$Q - W = \Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta V_{N_2} + \Delta V_{He} = 0$$

$$\Rightarrow [mC_v(T_2 - T_1)]_{N_2} + [mC_v(T_2 - T_1)]_{He} = 0$$

$$\Rightarrow 0.5(0.7431)(T_2 - 300) + 1(3.1189)(T_2 - 500) = 0$$

故平衡溫度為

$$T_2 = 478.71 \text{ (K)}$$

(二)

$$P_2 = \frac{N_2 R_u T_2}{V_2} \dots \textcircled{1}$$

其中

$$(i) N_{N_2} = \left(\frac{m}{M}\right)_{N_2} = \frac{0.5}{28} = 0.02 \text{ (kmol)}$$

$$N_{He} = \left(\frac{m}{M}\right)_{He} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ (kmol)}$$



$$N_2 = N_{N_2} + N_{He} = 0.27 \text{ (kmol)}$$

$$(ii) \forall_{N_2} = \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right)_{N_2} = \frac{0.5(0.297)(300)}{200} = 0.22 \text{ (m}^3\text{)}$$

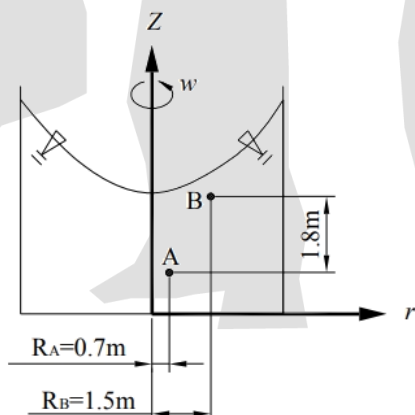
$$\forall_{He} = \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right)_{He} = \frac{1(2.078)(500)}{400} = 2.6 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\forall_2 = \forall_{N_2} + \forall_{He} = 2.82 \text{ (m}^3\text{)}$$

代入①可得，平衡壓力為

$$P_2 = \frac{0.27(8.31)(478.71)}{2.82} = 380.88 \text{ (kPa)}$$

四、有一圓桶容器內裝有水($\gamma_w=9.81\text{kN/m}^3$)如【圖 2】所示，以穩定角速度 ω 對中心軸旋轉。自由液面呈拋物線形液面，A 點半徑 0.7m，B 點半徑為 1.5m，又 B 點比 A 點高 1.8m，若欲使 A、B 兩點的壓力相同，試求所需旋轉的角速度為何(rad/sec)? (計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入)



【圖 2】

【擬答】

此流場之壓力微量變化為

$$dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz$$

積分可得

$$\int_{P_A}^{P_B} dp = \rho \omega^2 \int_{R_A}^{R_B} r dr - \rho g \int_{z_A}^{z_B = z_A + h} dz$$

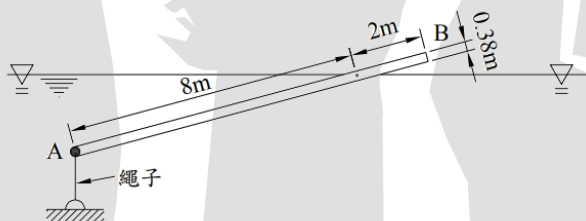
因為 $P_A = P_B$ ，故上式變成

$$0 = \frac{1}{2} \omega^2 (R_B^2 - R_A^2) - gh$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2gh}{R_B^2 - R_A^2}} = \sqrt{\frac{2(9.81)(1.8)}{1.5^2 - 0.7^2}} = 4.48 \text{ (rad/s)}$$

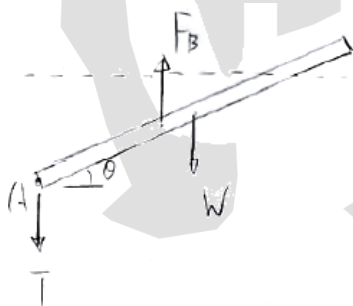
五、有一均勻材質的木棍 AB，其截面為直徑 0.38m 之圓形，其一端有繩子拉住於水面下如【圖 3】所示。試求下列各項：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

- (一) 木棍的比重
(二) 繩子的張力(kN)



【圖 3】

【擬答】



$$L = 10\text{ m}$$

$$L' = 8\text{ m}$$

(一) 取 A 點為力矩中心可得

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0 \\ \Rightarrow W \times \frac{L}{2} \cos \theta - F_B \times \frac{L'}{2} \cos \theta &= 0 \\ \Rightarrow S \delta_{\text{水}} \left(\frac{\pi}{4} D^2 L \right) \frac{L}{2} - \delta_{\text{水}} \left(\frac{\pi}{4} D^2 L' \right) \frac{L'}{2} &= 0 \\ \Rightarrow S = \left(\frac{L'}{L} \right)^2 &= \left(\frac{8}{10} \right)^2\end{aligned}$$

故木棍之比重為

$$S = 0.64$$

三民輔考



(二) 力平衡方程式為

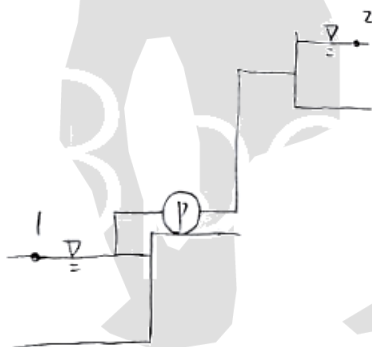
$$\begin{aligned} T &= F_B - W = \delta_{\text{水}} \left(\frac{\pi}{4} D^2 L' \right) - S \delta_{\text{水}} \left(\frac{\pi}{4} D^2 L \right) \\ &= \frac{\pi}{4} D^2 \delta_{\text{水}} (L' - SL) = \frac{\pi}{4} (0.38)^2 (9810) [8 - 0.64(10)] \end{aligned}$$

故繩子的張力為

$$T = 1780 \text{ (N)} = 1.78 \text{ (kN)}$$

六、兩大池面之海拔高度相差 48m，今有一水泵裝設內徑 0.38m，長 150m 的水管將下池的水抽到上池。水管的摩擦數 f 為 0.03，其揚程 H 與送水量 Q 的關係式為 $H=149-20Q^2$ ，其中 H 與 Q 的單位分別為 m ， m^3/sec 。試求流量 Q 為何(m^3/sec)? (計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入)

【擬答】



$$Z_2 - Z_1 = 48m$$

$$D = 0.38m, L = 150m$$

$$f = 0.03$$

$$h_p = H = 149 - 20Q^2$$

由能量方程式為

$$\frac{P_1}{\delta} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_p = \frac{P_2}{\delta} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \cdots \textcircled{1}$$

其中

$$(i) P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$$

$$(ii) V_1 = V_2 = 0$$

$$(iii) Z_2 - Z_1 = 48 \text{ (m)}$$

$$(iv) \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} (0.38)^2} = 8.82Q$$

(v) 由 Darcy 公式可得

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} = 0.03 \frac{150}{0.38} \frac{(8.82Q)^2}{2(9.81)} = 46.95Q^2$$

代入①可得

$$149 - 20Q^2 = 48 + 46.95Q^2$$

故流量為 $Q = 1.23 \text{ (m}^3/\text{s)}$