

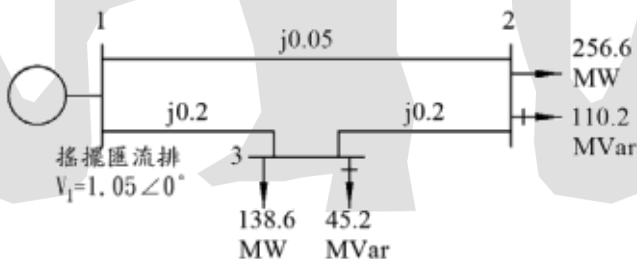
三民輔考－經濟部新進職員甄試（電機類）

電力系統與電機機械、電磁學

107 年

一、如【圖 1】所示為一簡易三匯流排電力系統單線圖，匯流排 1 為搖擺匯流排(swing bus)，其電壓為 $V_1 = 1.05 \angle 0^\circ$ pu，匯流排 2 及匯流排 3 之負載標示如圖，輸電線阻抗之標示以 100 MVA 為基準，忽略輸電線電阻及輸電線充電導納，試求：（計算至小數點後第 4 位，以下四捨五入）

- （一）匯流排導納矩陣(Bus Admittance matrix)。
- （二）利用高斯-賽德法(Gauss-Seidel method)，且以初始預估值 $V_2^{(0)} = 1.0 + j0.0$ pu 及 $V_3^{(0)} = 1.0 + j0.0$ pu 執行一次疊代，則 $V_2^{(1)}$ 及 $V_3^{(1)}$ 的 pu 值為何？
- （三）搖擺匯流排(swing bus)之實功率(MW)及虛功率(MVar)。



【圖 1】

【擬答】

$$y_{12} = \frac{1}{j0.05} = -j20, y_{23} = \frac{1}{j0.2} = -j5, y_{13} = \frac{1}{j0.2} = -j5$$

（一）

$$\therefore Y_{\text{Bus}} = \begin{bmatrix} -j25 & j20 & j5 \\ j20 & -j25 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix}$$

（二）在 P-Q 母線上，標么值的負數功率負載如下

$$S_2^{\text{sch}} = -\frac{(256.6 + j110.2)}{100} = -2.566 - j1.102 \text{ p.u.}$$

$$S_3^{\text{sch}} = -\frac{(138.6 + j45.2)}{100} = -1.386 - j0.452 \text{ p.u.}$$



由初始值 $V_0^{(2)} = 1.0 + j0.0$ 及 $V_0^{(3)} = 1.0 + j0.0$ 開始計算

$$\begin{aligned}
 V_2^{(1)} &= \frac{\frac{P_2^{\text{sch}} - jQ_2^{\text{sch}}}{V_2^{*(0)}} + y_{12}V_1 + y_{23}V_0^{(3)}}{y_{12} + y_{13}} \\
 &= \frac{\frac{-2.566 + j1.102}{1.0 - j0} + (-j20)(1.05 + j0) + (-j5)(1.0 + j0)}{-j20 + (-j5)} \\
 &= 0.9959 - j0.103 \\
 V_3^{(1)} &= \frac{\frac{P_3^{\text{sch}} - jQ_3^{\text{sch}}}{V_3^{*(0)}} + y_{13}V_1 + y_{23}V_2^{(1)}}{y_{13} + y_{13}} \\
 &= \frac{\frac{-1.386 + j0.452}{1.0 - j0} + (-j5)(1.05 + j0) + (-j5)(0.9959 - j0.103)}{-j5 - j5} \\
 &= 0.978 - j0.19
 \end{aligned}$$

(三) 搖擺匯流排功率

$$\begin{aligned}
 P_i - jQ_i &= V_i^*[V_1(y_{12} + y_{13}) - (y_{12}V_2 + y_{13}V_3)] \\
 &= 1.05[1.05(-j20) + (-j5) - j20(0.9959 - j0.103) \\
 &\quad - (-j5)(0.978 - j0.19)] \\
 &= 3.16 + j1.521 \text{ p.u} \\
 \therefore \text{實功率 } P_1 &= 3.16 \text{ p.u} = 316 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{虛功率 } Q_1 = 1.512 \text{ p.u} = 151.2 \text{ MVAR}$$

二、有 3 座火力發電廠，燃料成本函數（單位為 元/MWh）及最大發電量分別如下：

$$C_1(P_1) = 500 + 5.3P_1 + 0.004P_1^2, \text{ 且最大發電量為 } 450 \text{ MW、}$$

$$C_2(P_2) = 400 + 5.5P_2 + 0.006P_2^2, \text{ 且最大發電量為 } 350 \text{ MW、}$$

$$C_3(P_3) = 200 + 5.8P_3 + 0.009P_3^2, \text{ 且最大發電量為 } 225 \text{ MW；}$$

若忽略輸電線損耗，試求：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

- (一) 當系統總負載為 800 MW 時，符合經濟調度下，則 P_1 、 P_2 、 P_3 發電廠發電量各為多少？
- (二) 當系統總負載為 975 MW 時，符合經濟調度下，則 P_1 、 P_2 、 P_3 發電廠發電量各為多少？

【擬答】

$$(一) \lambda = IC_1 = IC_2 = IC_3$$

$$= 5.3 + 0.008P_1 = 5.5 + 0.012P_2 = 5.8 + 0.018P_3$$

$$\text{又 } P_1 + P_2 + P_3 = P_0 = 800 \text{ MW}$$

$$\therefore \lambda = \frac{800 + \frac{5.3}{0.008} + \frac{5.5}{0.012} + \frac{5.8}{0.018}}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.012} + \frac{1}{0.018}} = \frac{800 + 1443.05}{263.89} = 8.5 \text{ \$/MWh}$$

$$\text{代入協調方程式 } P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

$$\therefore P_1 = \frac{8.5 - 5.3}{2(0.004)} = 400 \text{ MW}$$

$$P_2 = \frac{8.5 - 5.5}{2(0.006)} = 250 \text{ MW}$$

$$P_3 = \frac{8.5 - 5.8}{2(0.009)} = 150 \text{ MW}$$

$$(二) P_1 + P_2 + P_3 = P_0 = 975 \text{ MW}$$

$$\lambda = \frac{975 + \frac{5.3}{0.008} + \frac{5.5}{0.012} + \frac{5.8}{0.018}}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.012} + \frac{1}{0.018}} = \frac{975 + 1443.05}{263.89} = 9.16 \text{ \$/MWh}$$

$$\therefore P_1 = \frac{9.16 - 5.3}{2(0.004)} = 482.89 \text{ MW}$$

$$P_2 = \frac{9.16 - 5.5}{2(0.006)} = 305.26 \text{ MW}$$

$$P_3 = \frac{9.16 - 5.8}{2(0.009)} = 186.84 \text{ MW}$$

但受發電廠最高極限值 $P_1 = 450 \text{ MW}$

$$\Delta P = 975 - (450 + 305.26 + 186.84) = 32.89$$

$$\therefore \Delta \lambda = \frac{32.89}{\frac{1}{2(0.006)} + \frac{1}{2(0.009)}} = \frac{32.89}{138.89} = 0.24$$

$$\therefore \text{新的 } \lambda \text{ 值} = 9.16 + 0.24 = 9.4$$

$$\therefore P_1 = 450 \text{ MW}$$

$$P_2 = \frac{9.4 - 5.5}{2(0.006)} = 325 \text{ MW}$$

$$P_3 = \frac{9.4 - 5.8}{2(0.009)} = 200 \text{ MW}$$



三、單相變壓器 50 kVA，2400 V/240 V，60 Hz，換算至二次側等效電阻及電抗分別為 $R_{eq2} = 0.0142\Omega$ 、 $X_{eq2} = 0.0182\Omega$ ，滿載時二次側端電壓為 240 V，功率因數(Power Factor)為 0.8 落後，試求：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

（一）電壓調整率(VR)為多少%？

（二）電壓之標示以 240V 為基準，電壓調整率(VR)為多少 pu？

【擬答】

（一）以 240V 側去計算

$$I_2 = \frac{50 \text{ kVA}}{240 \text{ V}} = 208.33 \text{ A}$$

$$P = \frac{I_2 \cdot R_{eq2}}{V_2} \times 100\% = \frac{208.33 \text{ A} \times 0.0142 \Omega}{240 \text{ V}} \times 100\% = 1.23\%$$

$$q = \frac{I_2 \cdot X_{eq2}}{V_2} \times 100\% = \frac{208.33 \text{ A} \times 0.0182 \Omega}{240 \text{ V}} \times 100\% = 1.58\%$$

$$\begin{aligned} VR\% &= P \cdot \cos \theta + q \cdot \sin \theta \\ &= 1.23\% \times 0.8 + 1.58\% \times 0.6 = 1.93\% \end{aligned}$$

（二）以 240V 為基準

$$VR_{p.u} = 0.0193 \text{ p.u} \approx 0.02 \text{ p.u} (\text{取小數後第 2 位})$$

四、若在一無自由電流密度 $\vec{j}$ 及 ρ 之空間，請分別寫出馬克斯威爾方程式 (Maxwell's Equations) 的微分形式與積分形式，並指出每道方程式所代表的物理意義或實驗定律。

【擬答】

(1) 高斯定律

① 微分形式： $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$

② 積分形式： $\int_s \vec{D} \cdot d\vec{a} = 0$

③ 物理意義： $\vec{D}$ 對於任意封閉面的適量為零

(2) 法拉第定律

① 微分形式： $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

② 積分形式： $\int_s \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{a}$

③ 物理意義：時變的 $\vec{B}$ 會造 $\vec{E}$

(3) 磁學的高斯定律

① 微分形式： $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

② 積分形式： $\int_s \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$

③ 物理意義： $\vec{B}$ 的場線必須封閉

(4) 安培-馬克斯威爾定律

① 微分形式： $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

② 積分形式： $\int_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \frac{d}{dt} \int_s \vec{D} \cdot d\vec{a}$

③ 物理意義：時變的 $\vec{D}$ 會造 $\vec{H}$

五、表面 $x + 3y^2 + 2z^3 = 100$ 是一個導體表面在真空中的邊界方程式，原點在此導體內部，點 $A(6, 3, -2)$ 則在其表面上，若在點 A 的 $|E| = 80\text{V/m}$ ，方向指向導體外部，試求在點 A 的：（計算至小數點後第3位，以下四捨五入）

註：真空中的介電係數(permittivity) $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。

（一）電場強度 E (Electric field intensity)。

（二）電通量密度 D (Electric flux density)。

（三）表面電荷密度 ρ_s (Surface charge density)。

【擬答】

$$\text{令 } V = x + 3y^2 + 2z^3$$

$$\vec{\nabla} V = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) V = \hat{i} + 6y\hat{j} + 6z^2\hat{k}$$

$$\vec{\nabla} V(6, 3, -2) = \hat{i} + 18\hat{j} + (-24)\hat{k}$$

$$|\vec{\nabla} V(6, 3, -2)| = \sqrt{1^2 + 18^2 + 24^2} = 30.017$$

$$\text{取 } \hat{n} = \frac{\vec{\nabla} V(6, 3, -2)}{|\vec{\nabla} V(6, 3, -2)|} = \frac{1}{30.017} (\hat{i} + 18\hat{j} - 24\hat{k})$$

$$\text{（一） } \vec{E} = |E| \hat{n} = \frac{80}{30.017} (\hat{i} + 18\hat{j} - 24\hat{k})$$

$$= 2.665\hat{i} + 47.973\hat{j} - 69.964\hat{k} \text{ (V/m)}$$

$$\text{（二） } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} = (8.85 \times 10^{-12}) (2.665\hat{i} + 47.973\hat{j} - 69.964\hat{k}) \text{ (C/m}^3\text{)}$$

$$\text{（三） } \rho_s = 2\epsilon_0 |\vec{E}| = 2 \times (8.85 \times 10^{-12}) \times 80 = 1.416 \times 10^{-9} \text{ (C/m}^2\text{)}$$



六、求電位 V 對半徑 r 的球型座標函數方程式。若：（計算至整數位，以下四捨五入）

註：真空中的介電係數(permittivity) $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。

（一）在 $r = 0.2 \text{ m}$ 時 $V = 500 \text{ V}$ ， $r = 0.25 \text{ m}$ 時 $V = 50 \text{ V}$ 。

（二）在 $r = 0.2 \text{ m}$ 時 $V = 500 \text{ V}$ ， $r = 0.3 \text{ m}$ 時 $E_r = 6000 \text{ V/m}$ 。

（三）在 $r = 0.2 \text{ m}$ 時 $V = 500 \text{ V}$ ，及其在中間介質為空氣中內導體表面的總電荷為 $2\mu\text{C}$ 。

【擬答】

$$V = \frac{A}{r} + B, E_r = -\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r^2}$$

（一）

$$\frac{A}{0.2} + B = 500 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{A}{0.25} + B = 50 \cdots \textcircled{2}$$

解①、②得 $A = 450, B = -1750$

$$\text{故 } V_r = \frac{450}{r} - 1750 \text{ (V)}$$

（二）

$$\frac{A}{0.2} + B = 500 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{A}{0.3^2} = 6000 \cdots \textcircled{2}$$

解①、②得 $A = 540, B = -2200$

$$\text{故 } V_r = \frac{540}{r} - 2200 \text{ (V)}$$

（三）

$$\frac{A}{0.2} + B = 500 \cdots \textcircled{1}$$

$$4\pi\epsilon_0 \cdot A = -2 \times 10^{-6} \cdots \textcircled{2}$$

解①、②得 $A = 17993, B = -89465$

$$\text{故 } V_r = \frac{17993}{r} - 89465 \text{ (V)}$$