

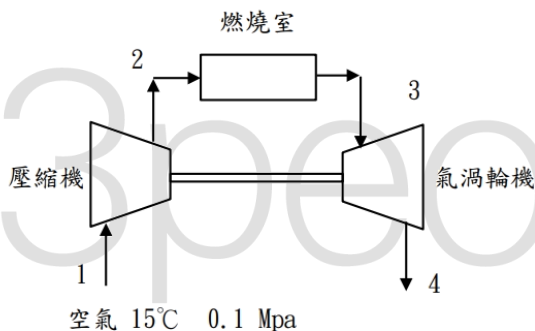
三民輔考－經濟部新進職員甄試（機械類）

熱力學與熱機學、流體力學與流體機械

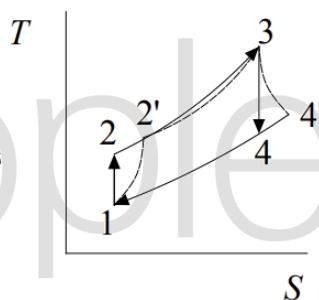
107 年

一、理想之空氣標準布雷登循環(Brayton cycle)如【圖 1】所示，【圖 2】所表示之循環 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ 為該循環之 $T-S$ 圖，空氣在 0.1 Mpa ， 15°C 進入壓縮機，被絕熱壓縮至 0.5 Mpa ，並等壓的加熱後，在氣渦輪機內絕熱膨脹而輸出功，循環之最高溫度為 900°C ，假設空氣之定壓比熱 $C_p=1.0035 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{K}$ ，等熵指數(isentropic exponent) $k=C_p/C_v=1.4$ ，試求下列各項：（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

- （一）繪出本循環之 $p-v$ 圖（壓力－比容），並計算且標註循環中每一狀態點之壓力與溫度。
- （二）試求：(1)壓縮機所需之功；(2)氣渦輪機所輸出之功；(3)循環熱效率。
- （三）假設壓縮機與氣渦輪機之間的壓降為 15 kPa ，壓縮機之等熵效率為 80% ，氣渦輪機之等熵效率為 85% ，循環 $1 \rightarrow 2' \rightarrow 3 \rightarrow 4'$ 為其實際的 $T-S$ 圖，試求：(1)狀態 $2'$ 的溫度；(2)狀態 $4'$ 的溫度。
- （四）承上第（三）題，試求：(1)壓縮機所需的功；(2)氣渦輪機所輸出的功。



【圖 1】

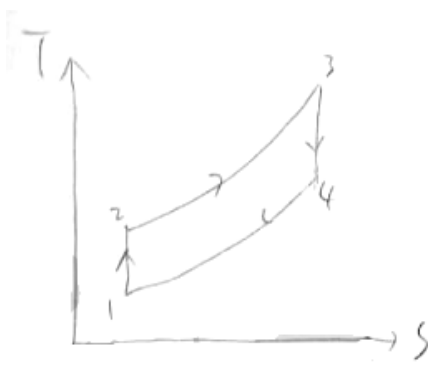


【圖 2】

三民輔考



【擬答】



$$P_1 = 0.1 \text{ MPa}, T_1 = 15^\circ\text{C}$$

$$P_2 = 0.5 \text{ MPa}$$

$$T_3 = 900^\circ\text{C}$$

$$C_p = 1.0035 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}, k=1.4$$

(一) 1→2

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\Rightarrow T_2 = (15 + 273) \left(\frac{0.5}{0.1}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 456.14 \text{ (K)}$$

2→3

$$P_3 = P_2 = 0.5 \text{ (MPa)}$$

4→1

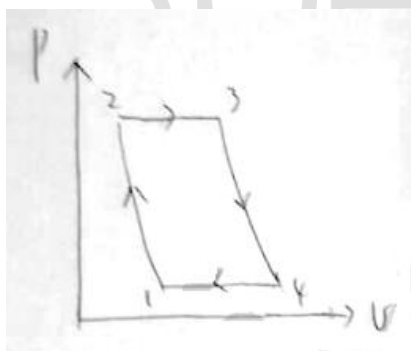
$$P_4 = P_1 = 0.1 \text{ (MPa)}$$

3→4

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\Rightarrow T_4 = (900 + 273) \left(\frac{0.1}{0.5}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 740.61 \text{ (K)}$$

p-v 圖為



$$\begin{cases} T_1 = 288 \text{ K} \\ P_1 = 0.1 \text{ MPa} \\ T_2 = 456.14 \text{ K} \\ P_2 = 0.5 \text{ MPa} \\ T_3 = 1173 \text{ K} \\ P_3 = 0.5 \text{ MPa} \\ T_4 = 740.61 \text{ K} \\ P_4 = 0.1 \text{ MPa} \end{cases}$$

(二)

(1) 壓縮機所需之輸入功為

$$W_{C,S} = C_p(T_2 - T_1) = 1.0035(456.14 - 288) \\ = 168.73 \text{ (kJ/kg)}$$

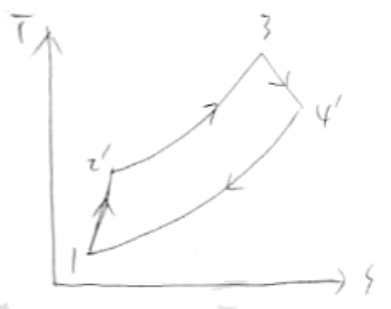
(2) 渦輪機所輸出之功為

$$W_{T,S} = C_p(T_3 - T_4) = 1.0035(1173 - 740.61) \\ = 433.9 \text{ (kJ/kg)}$$

(3) 循環之熱效率為

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{0.5}{0.1}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 0.37$$

(三)



$$P_1 = P_4 = 0.1 \text{ MPa}$$

$$P_{2'} = 0.5 \text{ MPa}$$

$$P_3 = 0.485 \text{ MPa}$$

$$\eta_C = 80\%, \eta_T = 85\%$$

(1)

$$\eta_C = \frac{W_{C,S}}{W_C} = \frac{W_{C,S}}{C_p(T_{2'} - T_1)} \\ \Rightarrow 0.8 = \frac{168.73}{1.0035(T_{2'} - 288)}$$

$$\Rightarrow T_{2'} = 498.18 \text{ (K)}$$

(2) 3 → 4

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = (1173) \left(\frac{0.1}{0.485}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 747.09 \text{ (K)}$$

$$W_{T,S} = C_p(T_3 - T_4) = 1.0035(1173 - 747.09) \\ = 427.41 \text{ (kJ/kg)}$$

$$\eta_T = \frac{W_T}{W_{T,S}} = \frac{C_p(T_3 - T_{4'})}{W_{T,S}} \\ \Rightarrow 0.85 = \frac{1.0035(1173 - T_{4'})}{427.4}$$

$$\Rightarrow T_{4'} = 810.98 \text{ (K)}$$



(四)

$$(1) W_C = \frac{W_{C,S}}{\eta_C} = \frac{168.73}{0.8} = 210.91(\text{kJ/kg})$$

$$(2) W_T = \eta_T W_{T,S} = 0.85(427.4) = 363.29(\text{kJ/kg})$$

二、有關熵原理，試問：

- (一) 由熵的定義可以推導出 2 個方程式，稱為 Tds 方程式： $Tds = du + pdv$ 、 $Tds = dh - vdp$ ，試利用此 2 個 Tds 方程式，分別導出比熱為常數之理想氣體，任意 2 種狀態間熵之改變量的代表式。
- (二) 請簡述對於一個絕熱密閉系統的增熵原理(principle of the increase of entropy)。
- (三) 空氣自 170 kPa，60°C 絕熱膨脹至(1) 100 kPa，5°C，(2) 100 kPa，20°C，空氣之定壓比熱 $C_p = 1.0035 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$ ，氣體常數 $R = 0.287 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$ ，請以增熵原理解釋此 2 種狀態之膨脹過程是否可能發生？（計算至小數點後第 3 位，以下四捨五入）

【擬答】

(一) 熵改變量為

$$\begin{cases} \Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \\ \Delta S = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \end{cases}$$

以上推導可參閱地武章第七節之內容。

(二) 密閉系統之增熵原理為

$$S_{\text{gen}} = \Delta S + \sum \frac{Q_n}{T_n}$$

若為絕熱，則上式變成

$$S_{\text{gen}} = \Delta S$$

(三) (1)

$$\begin{aligned} S_{\text{gen}} = \Delta S &= C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= 1.0035 \ln \frac{5 + 273}{60 + 273} - 0.287 \ln \frac{100}{170} \\ &= -0.029 \text{ kJ/kg-K} \end{aligned}$$

因為 $S_{\text{gen}} < 0$ ，故在此過程不可能發生。

$$(2) S_{\text{gen}} = 1.0035 \ln \frac{20+273}{60+273} - 0.287 \ln \frac{100}{170} \\ = 0.024 \text{ kJ/kg-k}$$

因為 $S_{\text{gen}} > 0$ ，故在此過程可能發生。

三、有一壓縮機將空氣自 100 kPa，5°C 之狀態吸入，而以多變過程 $PV^{1.35}=C$ 壓縮至 300 kPa 排出壓力。空氣的流量為 2.5 kg/sec，假設流入之速度極低可忽略，而流出之速度為 180 m/sec，不計壓縮機進出口位能的變化，空氣之定壓比熱 $C_p=1.0035 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$ ，氣體常數 $R=0.287 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{K}$ ，試求：
(1) 壓縮機所需功率；(2) 壓縮過程中，冷卻水所帶走之熱量。
(計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入)

【擬答】

(1)

$$\dot{W}_C = \dot{m} \left[\int_{P_1}^{P_2} v dp + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \right] \\ = \dot{m} \left[\frac{R}{1 - \frac{1}{1.35}} (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} V_2^2 \right] \dots \textcircled{1}$$

其中

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1.35-1}{1.35}} = (5 + 273) \left(\frac{300}{100} \right)^{\frac{1.35-1}{1.35}} = 369.61 \text{ (K)}$$

代入①可得，壓縮機所需功率為

$$\dot{W}_C = 2.5 \left[\frac{0.287}{1 - \frac{1}{1.35}} (369.61 - 278) + \frac{1}{2(1000)} (180)^2 \right] \\ = 294.03 \text{ (kW)}$$

(2) 由能量守恆可得

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) \\ -\dot{Q}_l \quad -\dot{W}_C$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_l = \dot{W}_C + \dot{m} C_p (T_1 - T_2) \\ = 294.03 + 2.5(1.0035)(278 - 369.61)$$

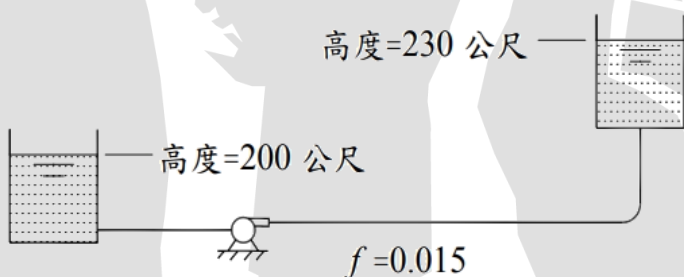
故冷卻水所帶走之熱量為

$$\dot{Q}_l = 64.2 \text{ (kW)}$$

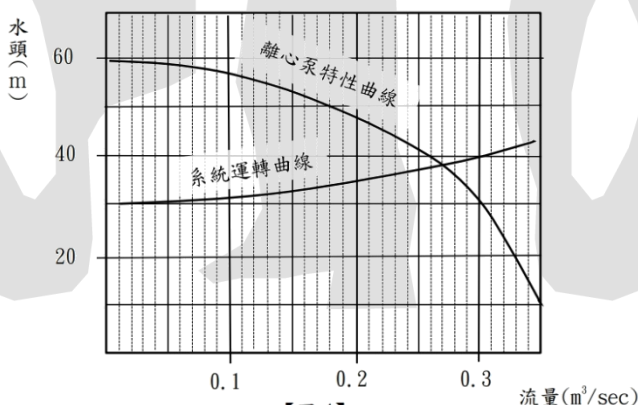


四、如【圖 3】所示的管路系統，為維持本系統的運作，試求離心泵必須提供多少水頭的壓力？（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

註：離心泵的特性曲線如【圖 4】，進口管路損失係數 $K_e=0.5$ ，彎管管路損失係數 $K_b=0.35$ ，出口管路損失係數 $K_o=1.0$ ，管路總長度為 1,000 公尺，管徑 40 公分，管路摩擦係數 $f=0.015$ 。



【圖 3】



【圖 4】

【擬答】

取兩液面一點代入能量方程式中，可得

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_{L,M} + h_{L,m} \cdots \textcircled{1}$$

其中

(i) $P_1 = P_2 = P_{atm}$

(ii) $V_1 = V_2 = 0$

(iii) $Z_2 - Z_1 = 230 - 200 = 30(\text{m})$

(iv) 管內流速(V)為 $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(0.4)^2} = 7.96Q$

$$(v) h_{L,M} = f \frac{L V_2^2}{D 2g} = 0.015 \frac{1000 (7.96Q)^2}{0.4 \cdot 2(9.81)} = 121.1Q^2$$

$$h_{L,m} = \sum k_L \frac{V_2^2}{2g} = (0.5 + 0.35 + 1) \frac{(7.96Q)^2}{2(9.81)} = 5.97Q^2$$

代入①可得

$$hp = 30 + 121.1Q^2 + 5.97Q^2$$

$$\Rightarrow hp = 30 + 127.07Q^2$$

由題意之圖可得， $Q = 0.27 \text{ m}^3/\text{s}$ ，代入上式可得泵必須提供之水頭(hp)為

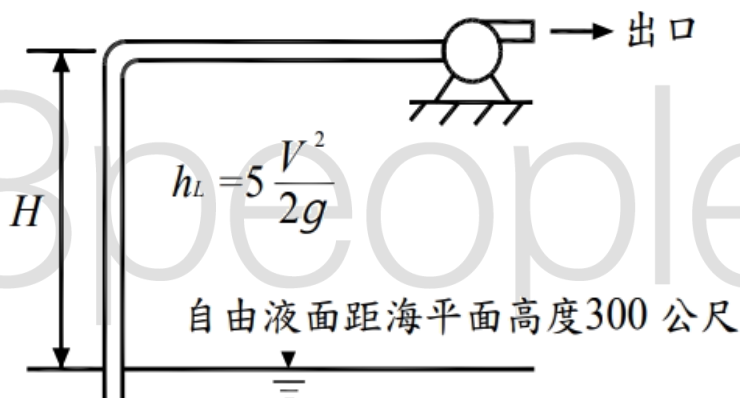
$$\begin{aligned} hp &= 30 + 127.07(0.27)^2 \\ &= 39.26(\text{m}) \end{aligned}$$

五、有關離心泵，試問：

(一) 離心泵的：(1) NPSH；(2) NPSH Available (NPSHA)；(3) NPSH Required (NPSHR)分別代表意義為何？請說明之。

(二) 有一離心泵設計用來抽水如【圖 5】所示，試求離心泵可將水抽取的最大高度 H 為多少公尺？（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）

註：水池自由液面距海平面高度 300 公尺（在 1 大氣壓下，101.3 kPa），水溫為 30°C （水的飽和蒸汽壓為 4.25 kPa），管路之管徑為 12.7 公分，離心泵的 NPSHR 為 2 公尺，流量為 $0.0375 \text{ m}^3/\text{sec}$ ，總水頭損失為 $h_L = 5 \frac{V^2}{2g}$ ，其中 V 為管內水流速度， g 為重力加速度。



【圖 5】

三民輔考



【擬答】

(一)

(1)淨正進水頭(NPSH)

為了避免泵內發生孔蝕現象，定義 NPSH 為

$$\text{NPSH} \equiv \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma}$$

其中 $\frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g}$ 為流體流入動葉輪之總水頭； $\frac{P_v}{\gamma}$ 為蒸氣壓力頭。

(2)有效淨正進水頭(NPSHA)

此水頭為流場中，實際之水頭高度，其值必須由實驗決定。

(3)需要淨正進水頭(NPSHR)

為了避免流體發生孔蝕現象，則泵之淨正進水頭必須大於或等於此值操作。

(二)在大氣中，壓力隨高度之變化關係為

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -\frac{\rho}{R_T} g$$

積分可得

$$\int_{101.3}^{P_{\text{atm}}} \frac{dP}{\rho} = -\frac{g}{R_T} \int_0^{300} dz$$

$$\Rightarrow \ln \frac{P_{\text{atm}}}{101.3} = -\frac{9.81(300)}{287(30 + 273)}$$

$$\Rightarrow P_{\text{atm}} = 97.93 \text{ (kPa)}$$

NPSHR 為

$$\text{NPSHR} = \frac{P_{\text{atm}}}{\gamma} - H - h_L - \frac{P_v}{\gamma} \dots \textcircled{1}$$

其中

$$\text{(i)} V = \frac{Q}{A} = \frac{0.0375}{\frac{\pi}{4} (12.7 \times 10^{-2})^2} = 2.96 \text{ (m/s)}$$

$$\text{(ii)} h_L = 5 \frac{V^2}{2g} = 5 \frac{(2.96)^2}{2(9.81)} = 2.23 \text{ (m)}$$

代入①可得

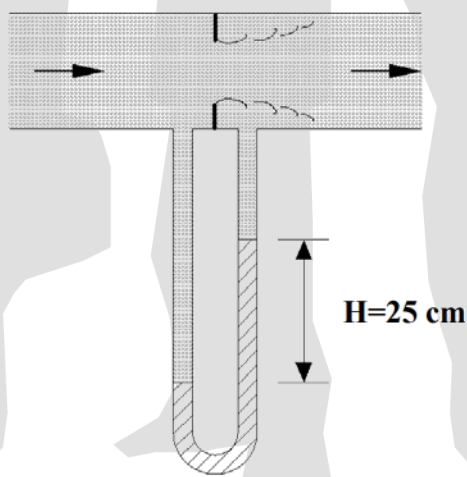
$$2 = \frac{97.93 \times 10^3}{9810} - H - 2.23 - \frac{4.25 \times 10^3}{9810}$$

故最大高度為

$$H = 5.32 \text{ (m)}$$

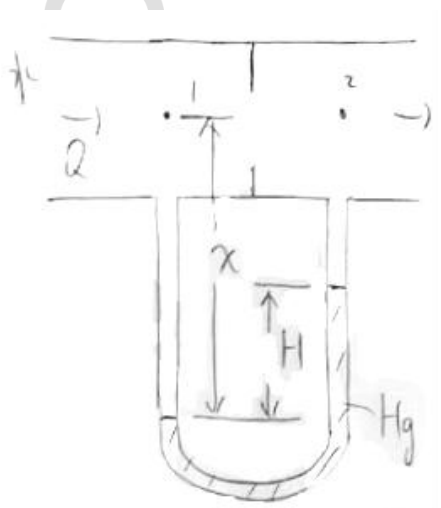
六、試求孔徑 15 公分的縮孔(orifice)安裝於管徑為 24 公分內的管路內，如【圖 6】所示，管內流動的流體為水，但皮氏管內為水銀（水銀比重為 13.6），皮氏管兩端水銀的高度差為 25 公分，試求管路內水的流量為多少 m^3/sec ？

註：在管路內利用縮孔(orifice)並在縮孔兩端裝置皮氏管(Pitot tube)來量測縮孔兩側的壓力差，可測得管路內流體之流量 Q ， $Q = K \cdot A_0 \cdot \sqrt{2G\Delta h}$ ， A_0 為縮孔之孔徑面積， K 為流體之流量係數，本題管路流動條件所查得 K 值為 0.66， g 是重力加速度， Δh 為皮氏管兩端（縮孔兩側）之壓力差（以水頭表示）。
（計算至小數點後第 2 位，以下四捨五入）



【圖 6】

【擬答】





$$P_1 + \rho_{\text{水}}gx - \rho_{\text{Hg}}H - \rho_{\text{水}}g(x - H) = P_2$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = (\rho_{\text{Hg}} - \rho_{\text{水}})gH$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{\text{水}}g} = (S_{\text{Hg}} - 1)H = (13.6 - 1)(25 \times 10^{-2})$$

$$= 3.15(\text{m})$$

故流量為

$$Q = kA_0\sqrt{2g\Delta h} = 0.66\left[\frac{\pi}{4}(15 \times 10^{-5})^2\right]\sqrt{2(9.81)(3.15)}$$

$$= 0.09 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

3people

三民輔考