

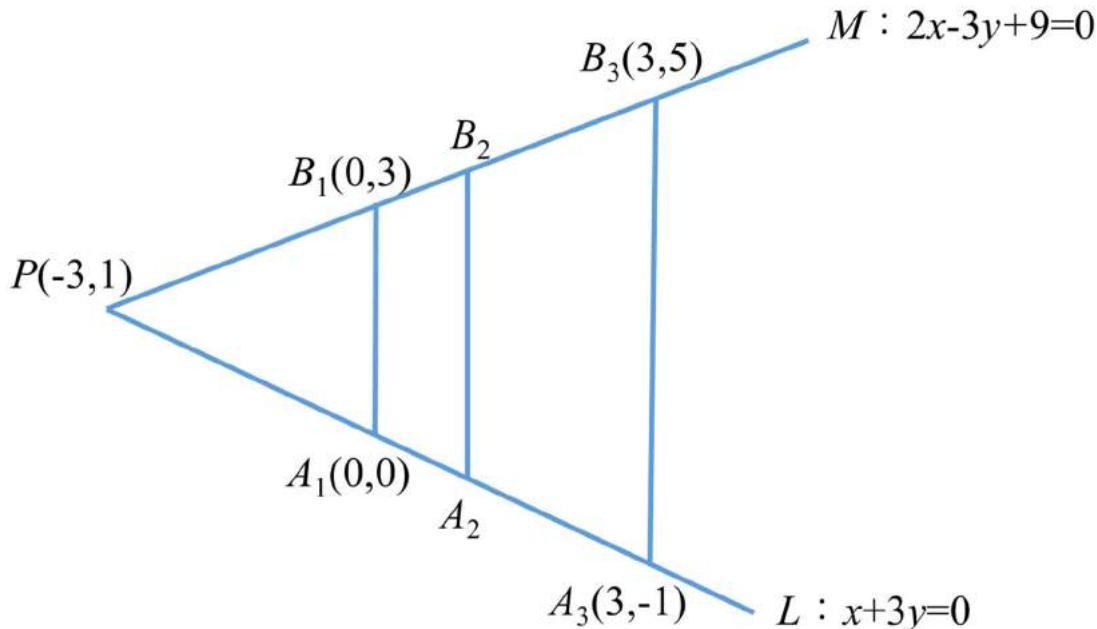
## 112 學年度學科能力測驗數學 B 考科 非選擇題滿分參考答案與評分原則

112 年學科能力測驗數學 B 考科的非選擇題共有 2 題，其中第 19 題每題為 6 分；第 20 題每題為 6 分，總計 12 分。

本文謹提供非選擇題各題滿分參考答案與評分原則供各界參考，詳細評分原則說明與部分學生作答情形，請參閱本中心將於 4 月 17 日出刊的第 336 期《選才電子報》。以下提供 112 年學科能力測驗數學 B 考科中，非選擇題各題的滿分參考答案及評分原則：

### 第 19 題

一、滿分參考答案：



解聯立方程式  $\begin{cases} 2x - 3y + 9 = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$ ，得  $P(-3,1)$ 。

#### 【法一】

因為  $\overrightarrow{PA_3} = 2\overrightarrow{PA_1}$ ，所以  $A_1$  為  $P$  與  $A_3$  的中點。由  $P(-3,1)$  得  $A_3$  的坐標為  $(3,-1)$ 。

因為  $\overrightarrow{A_3B_3} = 2\overrightarrow{A_1B_1} = 6$ ，故  $B_3$  的坐標為  $(3,5)$ 。

### 【法二】

因為  $\Delta PA_1B_1 \sim \Delta PA_3B_3$  、  $\overline{PA_3} = 2\overline{PA_1}$  ，所以  $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$  。

因為  $P(-3,1)$  得  $B_3$  的坐標為  $(3,5)$  。

### 【法三】

因  $\overline{A_1B_1} = 3$  ，得  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$  。

設  $B_3(x,y)$  ，所以  $A_3(x,y-6)$  ，將  $A_3$  代入  $L$  方程式，得  $x+3(y-6)=0$  ，

解聯立方程式  $\begin{cases} 2x-3y+9=0 \\ x+3(y-6)=0 \end{cases}$  ，得  $B_3$  的坐標為  $(3,5)$  。

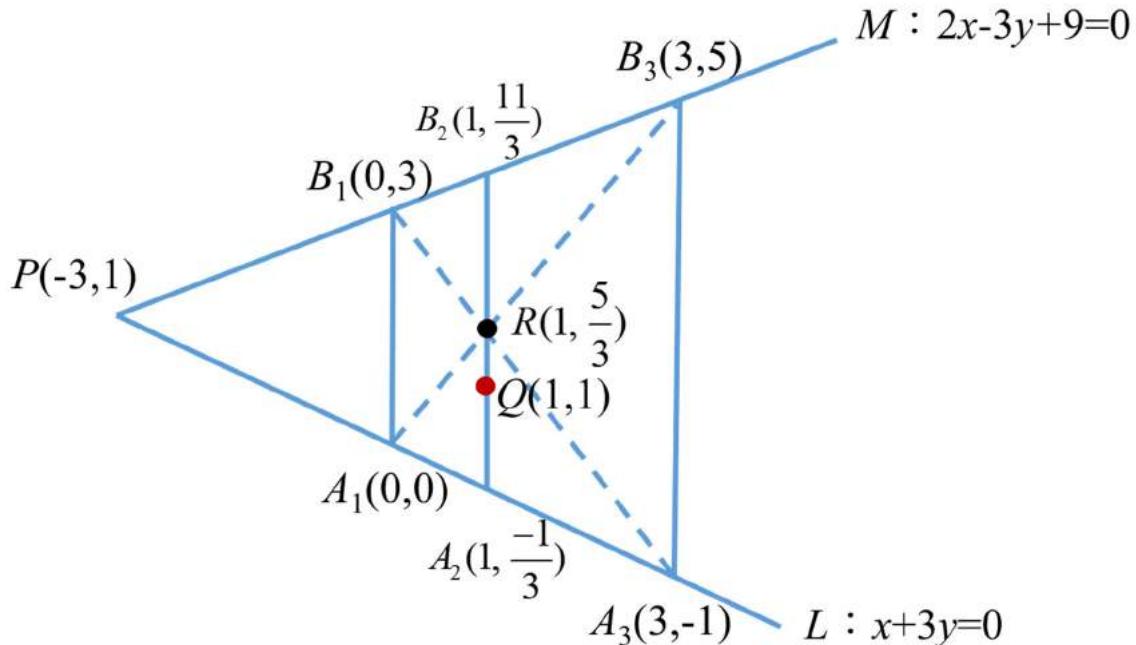
二、評分原則：

1. 根據題意，能求解聯立方程式得  $P$  。

2. 利用平行線截比例線段得  $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$  ，進而求出  $B_3$  ；或由  $A_1$  為  $P$  與  $A_3$  的中點，先求出  $A_3$ ，再利用  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$  求得  $B_3$  。

## 第 20 題

一、滿分參考答案：



**策略一：先求  $\overline{A_2B_2}$  上的點**

### 【法一】

設  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的交點為  $R$ ，由題意知  $\overline{A_1B_1}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，

故  $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$ 。

因為  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，所以  $\overline{A_1R}:\overline{RB_3} = 1:2$ 。

由題意知  $R$  位於  $\overline{A_2B_2}$ ，且  $\overline{A_2B_2}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，得  $\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$ ，

故  $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3} = 1:2$ 。由分點公式得  $A_2(1, \frac{-1}{3})$ 。

同理可得  $\overline{B_1B_2}:\overline{B_2B_3} = 1:2$ ，由分點公式得  $B_2(1, \frac{11}{3})$ 。

因為  $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2} = 1:2$ ，由分點公式，計算  $\frac{2}{3}(1, \frac{-1}{3}) + \frac{1}{3}(1, \frac{11}{3})$ ，得  $Q(1, 1)$ 。

### 【法二】

設  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的交點為  $R$ ，由  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的直線方程式，

解聯立方程式  $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$ ，得  $R(1, \frac{5}{3})$ 。

因為  $R$  位於  $\overline{A_2B_2}$ ，且  $\overline{A_2B_2}$  平行於  $y$  軸，以  $x=1$  代入  $L:x+3y=0$ ，

得  $A_2(1, \frac{-1}{3})$ 。

因為  $R$  為  $\overline{A_2B_2}$  中點，故  $\overline{A_2Q}:\overline{QR} = 2:1$ ，

由分點公式，計算  $\frac{2}{3}(1, \frac{5}{3}) + \frac{1}{3}(1, \frac{-1}{3})$ ，得  $Q(1, 1)$ 。

### 【法三】

設  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的交點為  $R$ ，由  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的直線方程式，

解聯立方程式  $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$ ，得  $R(1, \frac{5}{3})$ 。

由題意知  $\overline{A_1B_1}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，故  $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$ 。

因為  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，所以  $\overline{A_1R} : \overline{RB_3} = 1:2$ 。

又  $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$  和  $\overline{A_3B_3}$  均為平行線，且  $\overline{A_1B_1} = 3$  和  $\overline{A_3B_3} = 6$

得  $\overline{A_2B_2} = 3 \times \frac{2}{3} + 6 \times \frac{1}{3} = 4$ 。

因為  $R$  為  $\overline{A_2B_2}$  的中點，且  $\overline{A_2Q} : \overline{QB_2} = 1:2$ ，得  $\overline{QR} = \frac{2}{3}$ 。故  $Q(1,1)$ 。

#### 【法四】

由題意知  $\overline{A_1B_1}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，故  $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$ 。

因為  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，所以  $\overline{A_1R} : \overline{RB_3} = 1:2$ 。

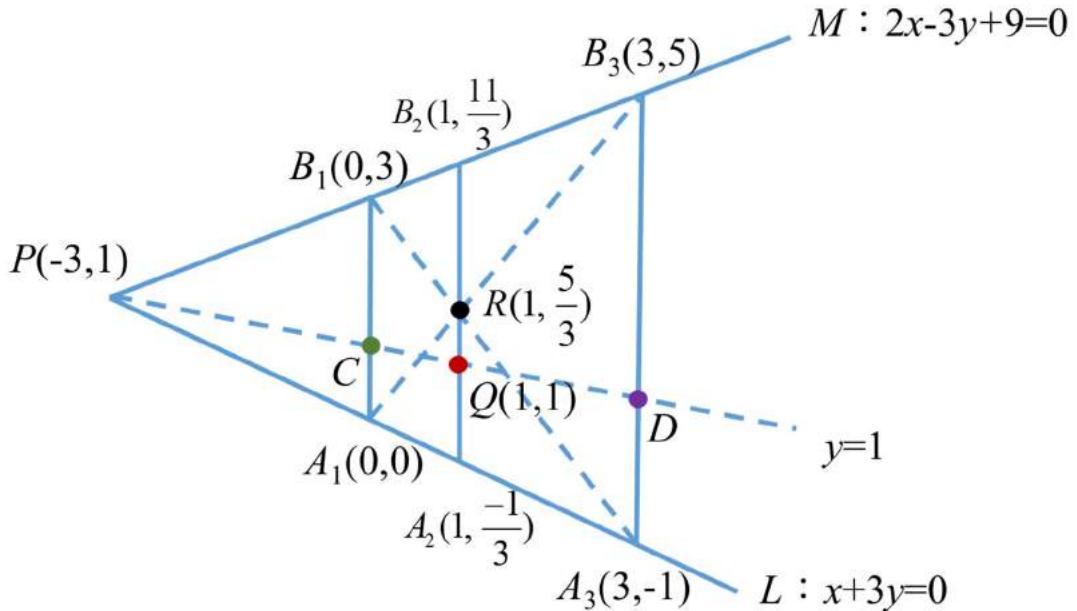
又  $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$  和  $\overline{A_3B_3}$  均為平行線，且  $\overline{A_1B_1} = 3$  和  $\overline{A_3B_3} = 6$

得  $\overline{A_2B_2} = 3 \times \frac{2}{3} + 6 \times \frac{1}{3} = 4$ 。

設  $Q(x, y)$ ，因為  $\overline{A_2Q} : \overline{QB_2} = 1:2$ ，所以  $A_2(x, y - \frac{4}{3})$ 、 $B_2(x, y + \frac{8}{3})$ ，

分別代入  $L$ 、 $M$  的方程式，解  $\begin{cases} x + 3(y - \frac{4}{3}) = 0 \\ 2x - 3(y + \frac{8}{3}) + 9 = 0 \end{cases}$ ，因此  $Q(1,1)$ 。

策略二：先求  $\overrightarrow{PQ}$  上的點



### 【法五】

設  $\overline{PQ}$  和  $\overline{A_1B_1}$  的交點為  $C$ ，因為  $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$ ，所以  $\overline{AC}:\overline{CB_1}=1:2$ 。

由分點公式，計算  $\frac{2}{3}(0,0)+\frac{1}{3}(0,3)$ ，得  $C(0,1)$ 。

設  $\overline{A_1B_3}$  和  $\overline{A_3B_1}$  的交點為  $R$ ，由題意知  $\overline{A_1B_1}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，

故  $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$ 。

因為  $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$ ，所以  $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$ 。

由題意知  $R$  位於  $\overline{A_2B_2}$ ，且  $\overline{A_2B_2}$  平行於  $\overline{A_3B_3}$ ，得  $\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$ ，

故  $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$ 。又  $\overline{PA_1}=\overline{A_1A_3}$ ，因此  $\overline{PA_2}:\overline{PA_1}=4:3$ 。

因為  $\Delta PA_1C \sim \Delta PA_2Q$ ，得  $\overline{PQ}:\overline{PC}=4:3$ 。

所以  $\overrightarrow{PQ}=\frac{4}{3}[(0,1)-(-3,1)]=(4,0)$ ，得  $Q(1,1)$ 。

## 【法六】

設  $\overrightarrow{PQ}$  與  $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_3B_3}$  的交點分別為  $C$ 、 $D$ 。因為  $A_3(3,-1), B_3(3,5)$ ，

且  $\overline{A_1C} : \overline{CB_1} = \overline{A_3D} : \overline{DB_3} = 1:2$ ，得  $C(0,1)$ 、 $D(3,1)$

因為  $\overline{A_1A_2} : \overline{A_2A_3} = 1:2$ ，所以  $\overline{CQ} : \overline{QD} = 1:2$ ，得  $Q(1,1)$ 。

二、評分原則：

1.可採策略一「先求  $\overline{A_2B_2}$  上的點」利用平行線截比例線段推得出  $A_2$ 、 $B_2$ 、  
 $R$ 、 $\overline{A_2B_2} = 4$  等四個訊息中的兩個，進而求出  $Q$ 。

2.可採策略二「先求  $\overrightarrow{PQ}$  上的點」利用平行線截比例線段推得出  $C$ ，再利用  
線段比例  $\overline{PQ} : \overline{PC} = 4:3$ ，進而求出  $Q$ ；亦或先求出  $C$ 、 $D$  兩點，再用線  
段比例  $\overline{CQ} : \overline{QD} = 1:2$ ，進而求出  $Q$ 。