

## 109 學年度指定科目考試(補考) 數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。

109 學年度指定科目考試(補考)數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

### 第一題

第(1)小題 (2分)

因為連續兩年的第一年人口數為  $a$ ，每年的人口成長率為  $\frac{1}{16}$ ，故連續兩年的第二年人口數應為  $a \times \left(1 + \frac{1}{16}\right) = \frac{17}{16}a$ ，即得  $k = \frac{17}{16}$ 。

第(2)小題 (4分)

因為

$$\log 16 = 4 \log 2 \approx 1.2040$$

$$\log 18 = \log 2 + 2 \log 3 \approx 1.2552$$

由內差法，得

$$\log 17 = \frac{\log 16 + \log 18}{2} \approx 1.2296$$

第(3)小題 (5分)

因為一開始只有 6 個人，以每年的人口成長率  $\frac{1}{16}$  計算，經過 200 年後，人

口應有  $6 \times \left(\frac{17}{16}\right)^{200}$ 。依題意可得  $10^n \approx 6 \times \left(\frac{17}{16}\right)^{200}$ ，兩邊取對數得

$n \approx \log 6 + 200(\log 17 - \log 16) \approx 5.8981 \approx 6$ ，故  $n = 6$ 。

## 第二題

第(1)小題 (6分)

由  $a_1 a_3 = a_2^2$ ，我們有  $(x^2 + x + 3)(x + 2) = (2x + 2)^2$ ，化簡得  $x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$ 。

利用一次因式檢驗法可得  $x = 2$  為該三次多項式的一根。

因此  $x^3 - x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x^2 + x - 1)$ ，解得該三次多項式的另兩根為  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  和  $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ 。

第(2)小題 (4分)

依題意，等比數列  $\langle a_n \rangle$  的每一項均為有理數，若且唯若相鄰兩項  $a_2 = 2x + 2$  和  $a_3 = x + 2$  皆為有理數，若且唯若  $x$  為有理數。

由(1)得  $x = 2$ 。因此，公比  $= \frac{2}{3}$ 。

第(3)小題 (5分)

依題意由第(2)題的推理可得  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  或  $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ 。

(A) 當  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  時，代入數列  $\langle a_n \rangle$  得公比  $= \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$ 。

(B) 當  $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$  時，代入數列  $\langle a_n \rangle$  得公比  $= \frac{1 - \sqrt{5}}{4}$ 。