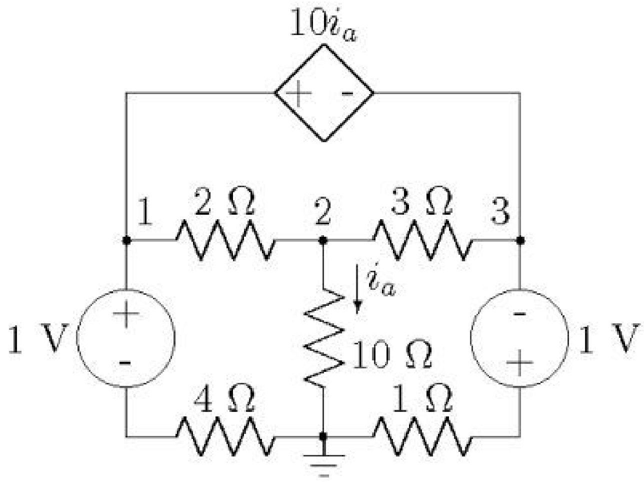
類科：電力工程、電子工程、電信工程
科目：電路學

一、(一) 節點 1，節點 3 可合成超節點，利用節點電壓法，可得 $f_1V_1-10V_2+16V_3=-9$，求 f_1。（10 分）
(二) 對節點 2，利用節點電壓法，可得 $-15V_1+f_2V_2-10V_3=0$，求 f_2。（5 分）
(三) 求電壓 V_1。（5 分）



參考解析:
(一) 超節點 1&3 的節點電壓法

$$\Rightarrow \frac{V_1-1}{4}+\frac{V_1-V_2}{2}+\frac{V_3-V_2}{3}+\frac{V_3-(-1)}{1}=0$$

$$\Rightarrow 9V_1-10V_2+12V_3=-9\cdots Eq.1,\ \therefore f_1=9$$

(二) 利用節點電壓法對節點 2 列出方程式

$$\Rightarrow \frac{V_2-V_1}{2}+\frac{V_2-0}{10}+\frac{V_2-V_3}{3}=0$$

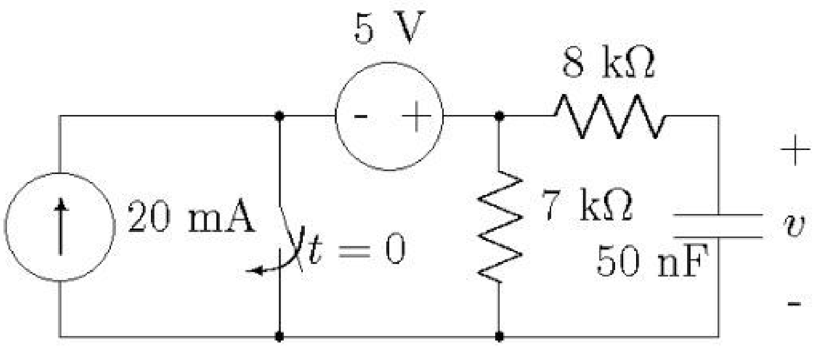
$$\Rightarrow -15V_1+28V_2-10V_3=0\cdots Eq.2,\therefore f_2=28$$

(三) $V_3=V_1-10i_a=V_1-10\left(\frac{V_2}{10}\right)=V_1-V_2\Rightarrow -V_1+V_2+V_3=0\cdots Eq.3$

$$\Rightarrow V_1=\frac{\begin{vmatrix}-9 & -10 & 12\\ 0 & 28 & -10\\ 0 & 1 & 1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}9 & -10 & 12\\ -15 & 28 & -10\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}}=\frac{-171}{124}V$$

二、(一) 求電容的初值電壓及初值儲能。(10 分)

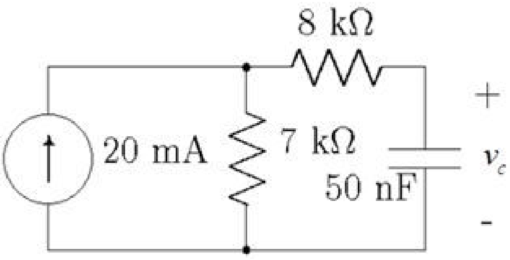
(二) 求時間常數，及電容電壓 $v(t), t\geq 0$ 。(10 分)



參考解析:

(一) $t=0^-$ 時並且電路已到達穩態

電路如下:

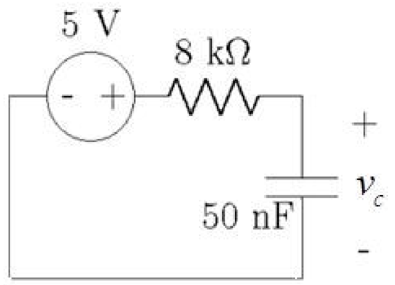


$v_c(0^-)=20m\times 7k=140V$

$W_c(0^-)=\frac{1}{2}\times 50\times 10^{-9}\times 140^2=0.49\text{mJ}$

(二) $t>0$ 時

電路如下:



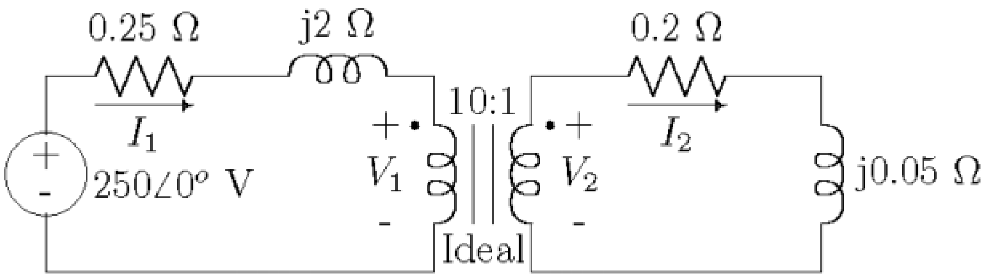
時間常數τ=RC=$8\times10^3\times50\times10^{-9}$=$4\times10^{-4}$S

$$\frac{1}{\tau}=2.5\times10^3$$

電容電壓$v_c(t)=[5\times(1-e^{\frac{-t}{\tau}})+140\times e^{\frac{-t}{\tau}}]V=5+135e^{-2.5\times10^3 t}V$

三、(一) 求I_1的大小及角度。(10 分)

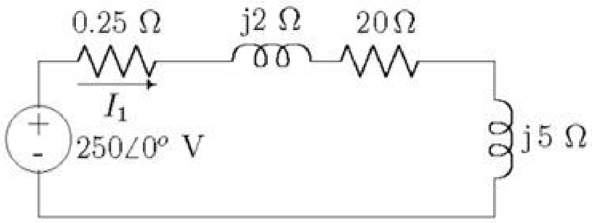
(二) 求V_2的大小及角度。(10 分)



參考解析:

(一)

先將原電路的二次側元件等效到一次側,如下圖:



$$\bar{I}_1=\frac{250\angle0^\circ}{(20+0.25)+j(2+5)}=\frac{250\angle0^\circ}{21.43\angle19.07^\circ}=11.67\angle\text{-}19.07^\circ\text{A}$$

(二)

由題目圈數比可知: $\frac{\bar{\mathrm{I}}_2}{\bar{\mathrm{I}}_1}=\frac{10}{1}\Rightarrow\bar{\mathrm{I}}_2=116.7\angle\text{-}19.07^\circ\text{A}$

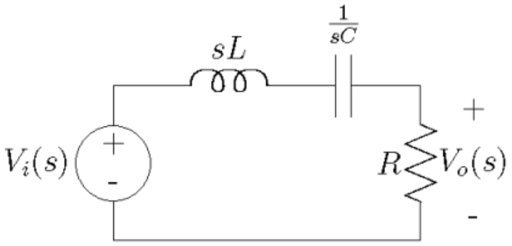
則$\overline{V}_2=\bar{I}_2(0.2+j0.05)\cong24.04\angle-5.02^\circ V$

四、 $R = 140\Omega, L = 2.5mH, C = 1\mu F$ 。

$H(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = \dfrac{f_1 s}{(s^2 + f_2 s + f_3)}$ ，其中 f_1, f_2, f_3 為未知係數。

(一) 求 f_2 。（5 分）(二) $|H(j\omega_o)| = 1$ ，求 ω_o 。（5 分）

(三) 設 $\omega_{c2} > \omega_{c1}, |H(j\omega_{c1})| = |H(j\omega_{c2})| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ，求 ω_{c1} 及 ω_{c2} 。（10 分）



參考解析:

(一)

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{sL + \frac{1}{sC} + R} = \frac{sCR}{s^2 LC + sCR + 1} = \frac{\frac{R}{L}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

將 $R = 140\Omega, L = 2.5mH, C = 1\mu F$ 帶入

$$= \frac{\frac{140}{2.5\times 10^{-3}}s}{s^2 + (\frac{140}{2.5\times 10^{-3}})s + \frac{1}{2.5\times 10^{-3}\times 1\times 10^{-6}}} = \frac{56\times 10^3 s}{s^2 + 56\times 10^3 s + 4\times 10^8}$$

比較係數可知 $f_2 = 56\times 10^3 s$

(二)

$$H(j\omega_0) = \frac{j56\times 10^3\omega_0}{(4\times 10^8 - \omega_0{}^2) + j56\times 10^3\omega_0} \Rightarrow |H(j\omega_0)| = \frac{56\times 10^3\omega_0}{\sqrt{(4\times 10^8 - \omega_0{}^2)^2 + (56\times 10^3\omega_0)^2}} = 1$$

只有當分母的 $4\times 10^8 - \omega_0{}^2 = 0$， $|H(j\omega)| = 1$ 成立

$$\therefore 4\times 10^8 - \omega_0{}^2 = 0 \Rightarrow \omega_0 = 2\times 10^4 (rad/s)$$

(三)

$$|H(j\omega)|=\frac{56\times10^3\omega}{\sqrt{(4\times10^8-\omega^2)^2+(56\times10^3\omega)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

只有當分母的$(4\times10^8-\omega_0{}^2)^2=(56\times10^3\omega)^2$，$|H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{2}}$成立

$\therefore 4\times10^8-\omega^2=\pm56\times10^3\omega$

將$\pm56\times10^3\omega$分成正負號討論

1. 取正號:

   $\omega^2+56\times10^3\omega-4\times10^8=0$

   $\Rightarrow \omega=\frac{-56\times10^3\pm\sqrt{(56\times10^3)^2+16\times10^8}}{2}\cong6400(rad/s)$,其中負不合

2. 取負號:

   $\omega^2-56\times10^3\omega-4\times10^8=0$

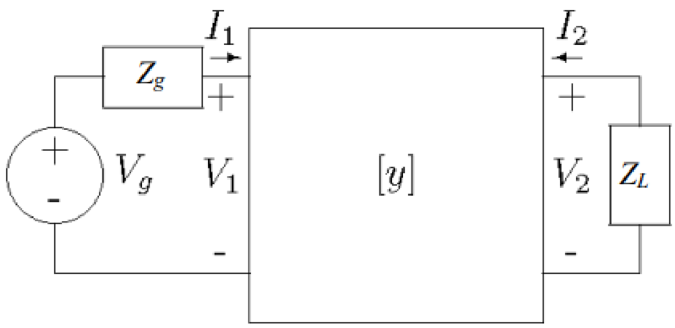
   $\Rightarrow \omega=\frac{56\times10^3\pm\sqrt{(56\times10^3)^2+16\times10^8}}{2}\cong62400(rad/s)$,其中負不合

依題意$\omega_{c2}>\omega_{c1}\therefore\omega_{c1}=6400(rad/s),\omega_{c2}=62400(rad/s)$

五、(一) 圖示電路可化簡成$f_1V_1+y_{12}V_2=\frac{V_g}{Z_g}$，$y_{21}V_1+f_2V_2=0$，求$f_1$及$f_2$。(10 分)

(二) 若$y_{11}=0.25S$，$y_{12}=-0.2S$，$y_{21}=-0.2S$，$y_{22}=0.267S$，

$Z_g=10\Omega$，$Z_L=15k\Omega$，V_g = 30 mV。求V_1及V_2的值。(10 分)



參考解析:

(一)

Y 參數: $I_1=y_{11}V_1+y_{12}V_2$
$I_2=y_{21}V_1+y_{22}V_2$

依電路圖可以列出以下兩式

$$V_g=I_1Z_g+V_1=(y_{11}V_1+y_{12}V_2)Z_g+V_1$$
$$V_2=-I_2Z_L=-(y_{21}V_1+y_{22}V_2)Z_L$$

整理可得

$$(y_{11}+\frac{1}{Z_g})V_1+y_{12}V_2=\frac{V_g}{Z_g}\Rightarrow y_{21}Z_LV_1+(1+y_{22}Z_L)V_2=0$$

與題目比較係數可得 $f_1=y_{11}+\frac{1}{Z_g},f_2=\frac{1}{Z_L}+y_{22}$

(二)

$$(0.25+\frac{1}{10})V_1+(-0.2)V_2=\frac{30m}{10}$$

$$-0.2V_1+(\frac{1}{15\times10^3}+0.267)V_2=0$$

$$\therefore V_1=\frac{\begin{vmatrix}3m & -0.2\\ 0 & 0.267\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}0.35 & -0.2\\ -0.2 & 0.267\end{vmatrix}}=\frac{0.801m}{0.05345}\cong14.99mV,V_2=\frac{\begin{vmatrix}0.35 & 3m\\ -0.2 & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}0.35 & -0.2\\ -0.2 & 0.267\end{vmatrix}}=\frac{0.6m}{0.05345}\cong11.23mV$$