

類 科：統計、經建行政、農業行政、交通技術

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、假設 $\text{Var}(X)=16$, $\text{Var}(Y)=9$, and $\text{Cov}(X, Y)=-6$ 。(一) X 和 Y 兩變數之相關係數。(5 分)(二) $4X+1$ 和 $2Y-4$ 之相關係數。(5 分)二、設 X_1 和 X_2 為兩隨機變數，其 p.d.f. 為

$$f(X_1, X_2) = \begin{cases} \frac{X_1 X_2}{k}, & X_1 = 1, 2, 3; X_2 = 1, 2; k > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(一) 分別求出 X_1 和 X_2 之機率函數。(10 分)(二) 計算 X_1 和 X_2 乘積等於 3 之機率。(5 分)(三) 請寫出兩隨機變數之聯合機率表，並計算出 k 值。(10 分)三、設 X 為一隨機變數，其期望值 $E(X)=2$ ，而 $E(X^2)=9$ ，應用 Chebyshev inequality (不等式) 決定 $p(-2 < X < 6)$ 機率之下限。(10 分)四、若 XYZ 公司之每日股價變動 (X) 為一隨機變數其隨機分配如下：

$X=x$	1	2	3
$P(X=x)$	0.4	0.4	0.2

(一) 試求隨機取 2 個樣本之平均數的抽樣分配 (Sampling Distribution) (只考慮放還抽樣)。(10 分)

(二) 根據(一)式，計算樣本平均數之期望值 (Expected Value) 和標準差 (Standard Deviation)。(10 分)

(三) 利用中央極限定理計算出樣本平均數之期望值和變異數 (Variance)。(10 分)

五、假設以下為臺灣對茶葉需求之模型：

模型一 St.dev.	$\hat{Q}=3.8$ (1.9)	$+ 0.15 \log P_c$ (0.15)	$+ 0.76 \log Y$ (0.25)	$+ 0.06 \log P_t$ (0.42)
模型二 St.dev.	$\hat{Q}=3.2$ (2.1)	$+ 0.67 \log Y$ (0.26)	$+ 0.03 \log P_t$ (0.41)	
模型三 St.dev.	$\hat{Q}=3.7$ (0.75)	$+ 0.15 \log P_c$ (0.15)	$+ 0.73 \log Y$ (0.15)	
模型四 St.dev.	$\hat{Q}=2.8$ (1.9)	$+ 0.19 \log P_c$ (0.11)	$+ 0.26 \log Y$ (0.32)	$- 1.48 \log P_t + 1.18 \log P_1$ (0.9) (0.56)

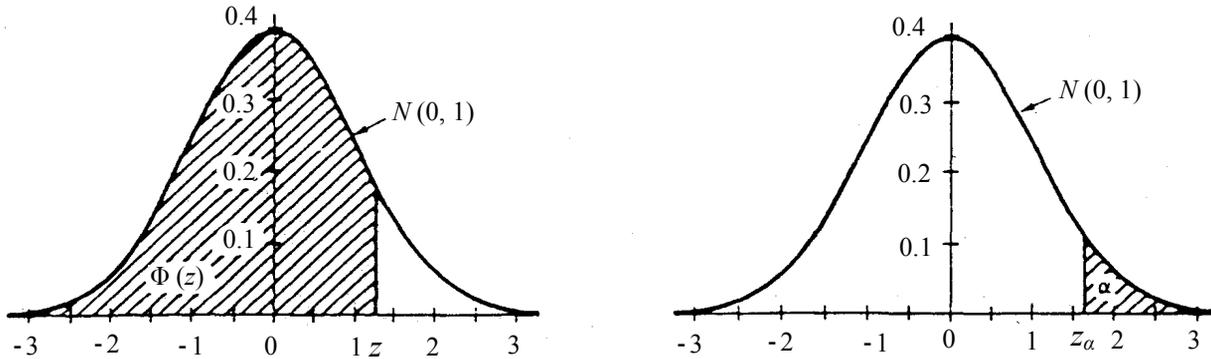
其中 Q = 臺灣對茶葉需求量 (取對數) Y = 可支配所得 P_c = 進口咖啡價格 P_t = 臺灣茶葉價格 P_1 = 進口茶葉價格

請根據統計和經濟理由，逐一說明每一模型之適切性，並選擇一最佳模型來解釋臺灣對茶葉需求。(25 分)

(請接第二頁)

類 科：統計、經建行政、農業行政、交通技術
科 目：統計學

Table I The Normal Distribution



$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w^2/2} dw$$

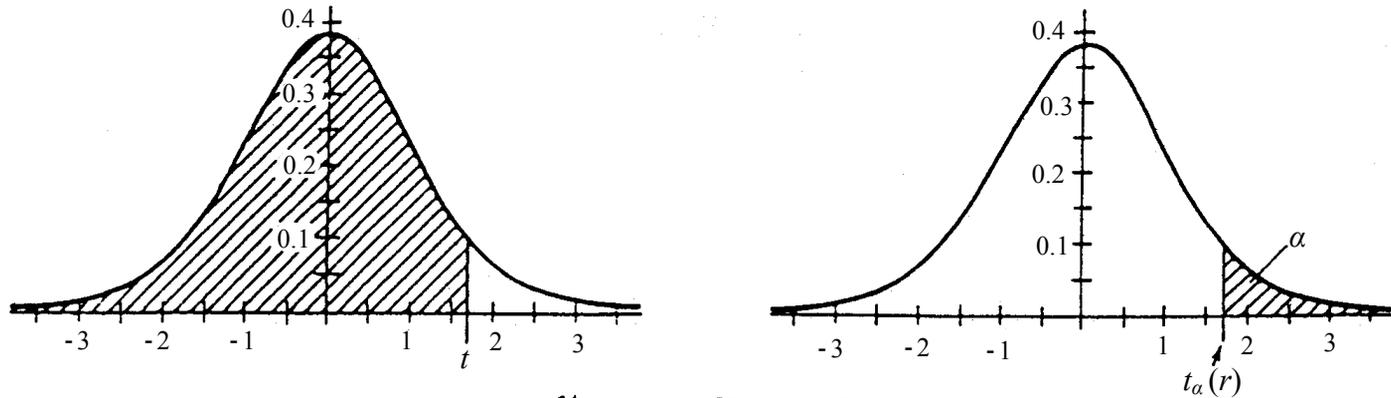
$$[\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)]$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
α	0.400	0.300	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001	
z _α	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	
z _{α/2}	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.240	2.576	2.807	3.291	

(請接第三頁)

類 科：統計、經建行政、農業行政、交通技術
科 目：統計學

Table II The *t* Distribution



$$P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r} \Gamma(r/2) (1+w^2/r)^{(r+1)/2}} dw$$

[$P(T \leq -t) = 1 - P(T \leq t)$]

<i>r</i>	<i>P</i> (<i>T</i> ≤ <i>t</i>)						
	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
<i>r</i>	<i>t</i> _{0.40} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.25} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.10} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.05} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.025} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.01} (<i>r</i>)	<i>t</i> _{0.005} (<i>r</i>)
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576