

114年公務人員高等考試三級考試試題

代號：23120
23320
23420
頁次：5-1

類 科：經建行政、工業行政、農業行政

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、假設 X 與 Y 的二元機率密度函數為（每小題 4 分，共 20 分）

$$f(x, y) = C(x+2y) \quad 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1$$

$= 0$ 其他

(一)計算 C 值。

(二)計算 X 的期望值。

(三)計算機率 $P(X > 0.5)$ 。

(四)計算 Y 的期望值。

(五)計算 Y 大於 $1/3$ 的機率。

二、三家 A、B、C 品牌之洗衣機用戶，各隨機抽取 400、600 和 800 人，調查其下次會再買同一品牌洗衣機之意願。調查數據如下：

意願\品牌	A	B	C
願意	100	300	600
不願意	300	300	200
總和	400	600	800

(一)請檢定三家用戶下次購買相同品牌之洗衣機比例是否全部相等。

(1)列出虛無假設 H_0 和對立假設 H_1 。(3 分)

(2)寫出檢定統計量及其在 H_0 為真下的分配。(5 分)

(3)以臨界值方法決定檢定結果。顯著水準為 0.05。(3 分)

(4)計算 p 值，並據以決定檢定結果。顯著水準為 0.05。(5 分)

(二)若只有 A 和 B 兩種品牌，請檢定 A 和 B 品牌用戶下次購買相同品牌的比例是否相等。

(1)列出 H_0 和 H_1 。(3 分)

(2)請使用和(一)不同的檢定統計量，寫出其在 H_0 為真下的分配。請說明何以為此分配。(6 分)

(3)計算 p 值，並據以決定檢定結果。顯著水準為 0.05。(5 分)

三、工程師想知道供應商生產的電池平均壽命是否小於 240 小時。隨機抽取電池 36 件 ($n=36$)，其樣本平均值為 235 小時。

假設電池壽命服從常態分配且母體標準差為 12 小時。

(一)請檢定電池平均壽命是否低於 240 小時。顯著水準為 0.1。(5 分)

(二)續上題，寫出檢定統計量分配的拒絕區之臨界值，並寫出此臨界值對應之樣本平均值。(4 分)

(三)若真實的電池壽命平均值分別為 236 和 235 小時，請分別計算他們的型 II 誤差機率及檢定力。(8 分)

(四)若只有隨機抽取的電池改為 100 件 ($n=100$)，其他不變。若真實的電池壽命平均值分別為 236 和 235 小時，請分別計算他們的型 II 誤差機率及檢定力。顯著水準為 0.1。(8 分)

四、A 和 B 兩家公司皆生產相同規格之端子。分別自 A 和 B 公司隨機抽取端子並衡量其膜厚，數據如表所示。

公司	膜厚(單位：mm)					
A	5	3	5	7	6	4
B	7	7	9	9	8	6

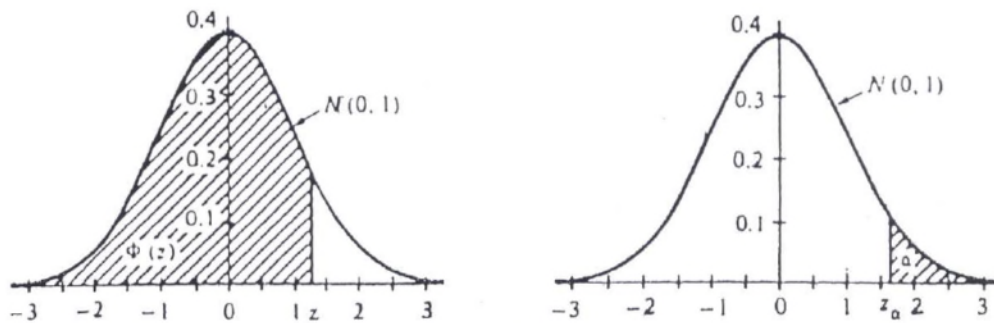
(一)假設兩家生產的端子膜厚變異數相等，請寫出膜厚變異數之估計量及估計值。(6 分)

(二)請寫出兩家膜厚平均值差之估計量及估計值。(4 分)

(三)續題(一)，欲比較兩家膜厚之平均值是否有差異，請問該用什麼統計方法？結論為何？顯著水準為 0.05。假設兩家膜厚皆服從常態分配。(10 分)

(四)續題(一)，請估計兩家膜厚平均值差之 95%信賴區間。(5 分)

附表一：Z 值表



$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w^2/2} dw$$

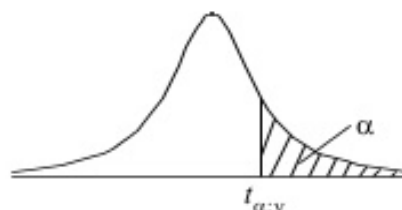
$$[\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)]$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
α	0.400	0.300	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001	
z _α	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	
z _{α/2}	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.240	2.576	2.807	3.291	

附表二：t 值表

Table of the Student's *t*-distribution

The table gives the values of $t_{\alpha;v}$ where
 $\Pr(T_v > t_{\alpha;v}) = \alpha$, with v degrees of freedom

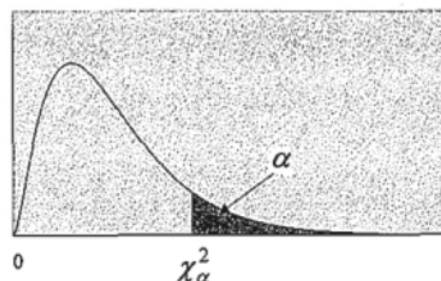


α v	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

附表三：X² 值表

卡方分配臨界值表

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha}) = \alpha$$



d.f.	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$
1	0.0000393	0.0009821	0.0039322	0.0157907	2.705541	3.841455	5.023903	6.634891
2	0.0100247	0.0506357	0.1025862	0.2107208	4.605176	5.991476	7.377779	9.210351
3	0.0717235	0.2157949	0.3518460	0.5843755	6.251394	7.814725	9.348404	11.3449
4	0.206984	0.484419	0.710724	1.063624	7.779434	9.487728	11.1433	13.2767
5	0.411751	0.831209	1.145477	1.610309	9.236349	11.0705	12.8325	15.0863
6	0.675733	1.237342	1.635380	2.204130	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119
7	0.989251	1.689864	2.167349	2.833105	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753
8	1.344403	2.179725	2.732633	3.489537	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902
9	1.734911	2.700389	3.325115	4.168156	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660
10	2.155845	3.246963	3.940295	4.865178	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093
11	2.603202	3.815742	4.574809	5.577788	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250
12	3.073785	4.403778	5.226028	6.303796	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170
13	3.565042	5.008738	5.891861	7.041500	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882
14	4.074659	5.628724	6.570632	7.789538	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412
15	4.600874	6.262123	7.260935	8.546753	22.3071	24.9958	27.4884	30.5780
16	5.142164	6.907664	7.961639	9.312235	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999
17	5.697274	7.564179	8.671754	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087
18	6.264766	8.230737	9.390448	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8052
19	6.843923	8.906514	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908
20	7.433811	9.590772	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5663
21	8.033602	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322
22	8.642681	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9245	36.7807	40.2894
23	9.260383	11.6885	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6383
24	9.886199	12.4011	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798
25	10.5196	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3140
26	11.1602	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416
27	11.8077	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9628
28	12.4613	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4608	48.2782
29	13.1211	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5569	45.7223	49.5878
30	13.7867	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922
40	20.7066	24.4331	26.5093	29.0505	51.8050	55.7585	59.3417	63.6908
50	27.9908	32.3574	34.7642	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1538
60	35.5344	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0820	83.2977	88.3794
80	51.1719	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.879	106.629	112.329
100	67.3275	74.2219	77.9294	82.3581	118.498	124.342	129.561	135.807