

114年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：工業工程
科 目：作業研究
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、考慮一個雙人零和賽局 (Two-person Zero-sum Game)，其收益表 (Payoff Table) 如下：

		參賽者 B		
		b1	b2	b3
參賽者 A	a1	8	0	5
	a2	9	5	1
	a3	3	10	7

若參賽者 A 採取策略 a1，而參賽者 B 採取策略 b1，參賽者 A 之收益為 8，相對地，參賽者 B 之收益為 -8，餘此類推。

(一)若雙方均採取最大損失最小化原則來選取單一策略，雙方所選取之策略為何？(10 分)

(二)此問題是否有鞍點 (Saddle Point)？原因為何？(5 分)

(三)若參賽者 A 考慮採取混合策略，請寫出一個線性規劃 (Linear Programming) 以幫助參賽者 A 決定最佳的混合策略 (無需求解)。(10 分)

二、請使用分枝界限 (Branch-and-Bound) 法求解下列背包問題 (Knapsack Problem)，以將所有整數變數放鬆為實數變數的方式求取搜尋樹 (Search Tree) 中各節點所需之上限值 (Upper Bound)，請畫出搜尋樹，並標示各節點所對應的完整實數解及上限值：(25 分)

$$\text{Max } z = 10x_1 + 3x_2 + x_3 + 8x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

$$\text{s.t. } 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 2x_5 + 2x_6 \leq 15$$

$$x_i = 0 \text{ or } 1, i = 1, 2, \dots, 6$$

三、考慮下列線性規劃問題：

$$\text{Max } z = x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15 \text{ (限制式1)}$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \leq 3 \text{ (限制式2)}$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \text{ (限制式3)}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

令 x_4, x_5, x_6 分別代表限制式 1, 2, 3 的寬裕變數 (Slack Variable)，考慮一個基本解 (Basic Solution) $X_B = (x_1, x_3, x_2)$ ，此基本解所對應的反矩陣 (Inverse) 為

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1/2 & 1 & 3/2 \\ 3/2 & -2 & -5/2 \end{bmatrix}$$

(一)請計算此基本解所對應的目標函數值。(5 分)

(二)請建構此基本解所對應的完整單形表 (Simplex Tableau)。(10 分)

(三)請判斷此基本解是否為最佳解？若否，由此基本解開始，利用單形法 (Simplex Method) 求取最佳解。(10 分)

四、一名玩家擲一對骰子，如果點數總和為 7 或 10，則他贏了；如果總和為 3 或 11，則他輸了；如果總和為其他數字，他將繼續擲骰，直到遊戲結束（他贏或輸）為止。設 X 為遊戲結束（他贏或輸）所需的擲骰次數。注意：若 $X=3$ ，指的是擲一對骰子 3 次。請回答以下問題：

(一)求他最終贏的機率。(10 分)

(二)求 X 的動差母函數 (Moment Generating Function)，即 $M(t)=E[e^{tx}]$ 。(10 分)

(三)求 X 的期望值 $E[X]$ 。(5 分)