

類 科：機械工程
科 目：自動控制
考試時間：2小時

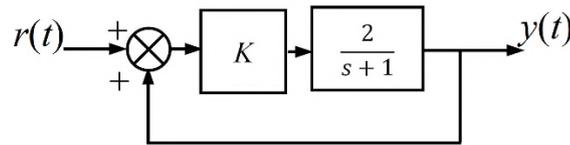
座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、圖一為一控制系統方塊圖，其中 $r(t)$ 為輸入， $y(t)$ 為輸出。
(每小題10分，共30分)



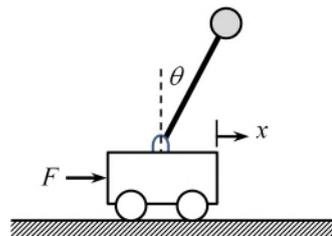
圖一

(一)假設 $K=1$ 且輸入為一單位步階 (unit step) 函數，求解輸出 $y(t)$ 。

(二)假設 $K=1$ ，求解此系統之增益邊界 (gain margin)，以分貝 (dB) 為單位。

(三)如欲使此系統之相位邊界 (phase margin) 為 135° ，比例控制器 K 值該如何設計？

二、圖二為一典型的倒單擺系統，包含台車、支桿、與一個位於支桿頂端的重物。 F 是施加於台車的力，倒單擺支桿與垂直地面的夾角為 θ ，而 x 表示台車的位移。



圖二

經過簡化後，假設此倒單擺系統的動態方程式可表示成：

$$0.1\ddot{x} - 0.01\ddot{\theta} = F$$

$$0.2\ddot{\theta} - 10\theta = \ddot{x}$$

(一)求解此系統之轉移函數 (transfer function)， $\mathcal{L}\{\theta\}/\mathcal{L}\{F\}$ ，其中 \mathcal{L} 代表拉普拉斯轉換 (Laplace transform)。(10分)

(二)繪出此系統 (輸入為 F ，輸出為 θ) 之波德圖 (Bode plot) 以表示其之頻率響應。波德圖應包含以分貝 (dB) 為單位之增益 (gain) 圖與相位 (phase) 圖兩個部分。(20分)

三、考慮一單位負回授 (unity negative feedback) 閉迴路 (closed-loop) 控制系統，其開迴路 (open-loop) 轉移函數為 $\frac{K(s+4)(s+5)}{s^2-4}$ 。

(一)欲使此閉迴路控制系統穩定之 K 值範圍為何？(5分)

(二)設定 K 為正數。繪製此閉迴路控制系統之根軌跡圖 (root locus plot)，並標示出極點 (pole)、零點 (zero)、根軌跡與虛數軸交會之位置、根軌跡離開實數軸的位置 (breakaway point) 與進入實數軸的位置 (re-entry point)，以及各所對應之 K 值。(20分)

(三)如欲使此閉迴路控制系統對於步階輸入之2%安定時間 (settling time) 為2秒，則 K 值該如何設計？且此設計下控制系統的阻尼比 (damping ratio) 應為何？(10分)

(四)如欲使此閉迴路控制系統對於步階輸入之穩態誤差 (steady state error) 為-10%，則 K 值又該如何設計？(5分)