

類 科：核子工程

科 目：微積分與微分方程

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、(一)求函數 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 在區間 $[0, 5]$ 之最大值及最小值。(10分)

(二)求冪級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n+1}$ 之收斂半徑及收斂區間。(20分)

二、令 $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 及 $B = \{(x, y, z) | 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0, z \geq 0\}$ 。
求三重積分 $\iiint_B f(x, y, z) dV$ 之值。(20分)

三、令 $f(x, y) = x^2 + y^3$ 。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)求函數 f 在點 $(1, -1)$ 之梯度向量 (gradient vector)。

(二)求函數 f 在點 $(1, -1)$ 之方向導數 (directional derivative) 之最大值。

四、令 $f(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 2) \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}$

(一)求函數 f 之拉普拉斯轉換 (Laplace transform)。(10分)

(二)求初始值問題 $y''(t) - y(t) = f(t), t > 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$ 之解。(20分)