

類 科：核子工程
科 目：原子物理
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

參考常數：

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ (N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}\text{)}$$

$$\text{電子電荷 } e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ (C)}$$

$$\text{電子質量 } m_e = 511 \text{ keV}/c^2 = 9.11 \times 10^{-31} \text{ (kg)}$$

$$\text{普朗克常數 } h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ (J}\cdot\text{s)}$$

$$\text{光速 } c = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

$$\text{One mole} = 6 \times 10^{23}$$

一、氦的同位素氦（由一個質子和兩個中子組成）衰變成氦三（由兩個質子和一個中子組成）。

(一)完成以下反應式： ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + ?$ （ ${}^3\text{H}$ 及 ${}^3\text{He}$ 只包含原子核，而非中性原子）（5分）

(二) ${}^3\text{H}$ 和 ${}^3\text{He}$ 的束縛能（原子核分解成質子和中子所需能量）分別為： $E_b({}^3\text{H}) = 8.482 \text{ MeV}$ ； $E_b({}^3\text{He}) = 7.718 \text{ MeV}$ 。計算(一)反應式中釋放出來的熱能(動能)。質子、中子和電子質量分別為 $m_p = 938.272$ 、 $m_n = 939.565$ 和 $m_e = 0.511$ （單位： MeV/c^2 ），反微中子($\bar{\nu}$)無質量。（7分）

(三)假設 ${}^3\text{H}$ 和 ${}^3\text{He}$ 中的三顆核子（質子和中子通稱為核子）可視為三顆小球。 ${}^3\text{H}$ 和 ${}^3\text{He}$ 中的三顆核子具有相同的強作用力，造成兩者束縛能不同的原因在於 ${}^3\text{He}$ 中的兩個質子具有庫倫排斥力。估計 ${}^3\text{He}$ 中的兩個質子的距離。（8分）

二、科學家在非洲加彭的 Oklo 發現了一個天然核分裂反應爐。目前在 Oklo 鈾礦的同位素比例為： ${}^{238}\text{U}$: 99.3%， ${}^{235}\text{U}$: 0.7%。兩同位素半生期分別為 $T_{1/2}({}^{238}\text{U}) = 4.5 \times 10^9$ 年， $T_{1/2}({}^{235}\text{U}) = 0.7 \times 10^9$ 年。（每小題 10 分，共 20 分）

(一) 0.119 g 的 ${}^{238}\text{U}$ ，單位時間的衰變量為何？用貝克 Bq 為單位， $1 \text{ Bq} = 1 \text{ decay/sec}$ ； $1 \text{ mole} = 6 \times 10^{23}$ 。

(二) 20 億年前 (2×10^9 years)， ${}^{235}\text{U}$ 的同位素比例為何？（此題的比例為莫耳數比而非質量比）

三、氫原子 1s 和 2s 軌域的波函數分別為：(每小題 10 分，共 20 分)

$$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}(a_0)^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{r}{a_0}}, \quad \psi_{2s} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}(a_0)^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{r}{2a_0}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right)$$

(一)證明 ψ_{1s} 滿足歸一化條件： $\int_{r=0}^{\infty} \psi^* \psi(r) 4\pi r^2 dr = 1$

可使用積分式 $\int x^2 e^{-x} dx = -e^{-x}(x^2 + 2x + 2) + C$

(二)由波函數計算 1s 和 2s 軌域在 $r=0$ 附近電荷密度的比值， $\frac{\rho_{1s}}{\rho_{2s}} = ?$

四、雷射光波長 500 nm，功率為 1 mW，照射在某金屬極版。試問：

(一)單位時間有多少顆光子？(5 分)

(二)若光子完全被極板吸收，則極板受力為何？(5 分)

(三)若此金屬的功函數為 1 eV，則產生的光電子最大動能為何？用 eV 表示。
(10 分)

五、電子侷限在三維的位能阱中，位能阱是由邊長 $L=1$ nm 的正方體盒子組成，在阱內部電子不受力。電子波函數滿足以下條件：

(每小題 10 分，共 20 分)

$$\psi = 0 \text{ at } x=y=z=0 \text{ and } \psi = 0 \text{ at } x=y=z=L$$

(一)寫出電子波函數的通解。

(二)若電子由第一激發態 (first excited state) 躍遷至基態 (ground state)，則躍遷過程釋放出光子的頻率為何？