110年公務人員高等考試三級考試試題

類　　科：電信工程
科　　目：通信與系統
考試時間：2小時　　　　座號：________

※注意：㈠禁止使用電子計算器。
　　　㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
　　　㈢本科目得以本國文字或英文作答。

一、令 $x(t)$ 為低通訊號，其頻寬為 W。將 $x(t)$ 以 $2W$ 的速率取樣，產生取樣訊號如下：

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n x(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

其中 $T_s = 1/(2W)$。

㈠求 $x_s(t)$ 的傅立葉轉換。（10分）

㈡如何將取樣訊號 $x_s(t)$ 重新還原 $x(t)$。（10分）

二、令訊息訊號 $m(t) = \cos(2000\pi t)$，用於單旁波帶（single-side band, SSB）振幅調變訊號。其中載波振幅為 $A_c = 100$，中心頻率為 f_c。

㈠求 $m(t)$ 的希爾伯（Hilbert）轉換 $\hat{m}(t)$。（4分）

㈡求下旁波帶之時域訊號。（8分）

㈢求下旁波帶之傅立葉轉換。（8分）

三、考慮一個通訊系統，使用 $M = 2^N$ 個訊號點之星雲圖 S 進行傳輸，且每個訊號點發生機率皆為 $1/M$。其中集合 S 表示為：

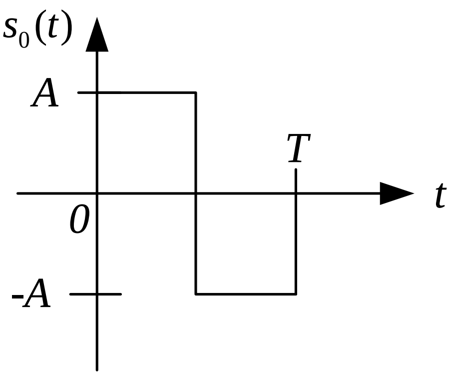
$$S = \{(s_1, s_2, ..., s_N) : s_i \in \{+1, -1\} \ for\ i = 1,...N\}$$

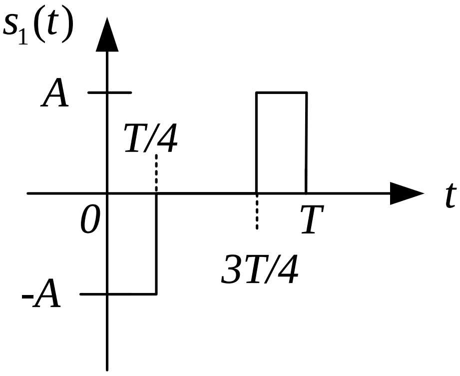
若傳輸訊號向量為 $\mathbf{s} \in S$，接收向量表示為 $\mathbf{r} = \sqrt{E_s / N} \times \mathbf{s} + \mathbf{n}$，其中 $\mathbf{n} = [n_1, n_2, ..., n_N]$ 為零平均的高斯向量符合：

$$E[n_i n_j] = \begin{cases} N_0 / 2 & i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

求此通訊系統在接收端使用最相似檢測器（maximum likelihood detector）下之錯誤率。（20分）

四、一個二位元通訊系統使用 $s_0(t)\cos(2\pi f_c t)$ 及 $s_1(t)\cos(2\pi f_c t)$ 進行通訊，其中載波頻率 f_c 很大。$s_0(t)$ 及 $s_1(t)$ 波形如下圖，圖中 T 代表每個位元傳送時間。當位元訊息為 0 時，則送出 $s_0(t)\cos(2\pi f_c t)$；當位元訊息為 1 時，則送出 $s_1(t)\cos(2\pi f_c t)$，其中 0 與 1 發生機率相等。





若通道為可加白高斯雜訊通道（additive white Gaussian noise channel），其功率頻譜密度為 $N_0/2$。

㈠令 E_b 為平均每個位元傳送能量，求 E_b。（5 分）

㈡求此系統在最相似（maximum likelihood, ML）檢測器下的位元錯誤率，請以 E_b 及 N_0 表示之。（15 分）

五、一個無線通道，其帶通頻率響應如下：

$$C(f)=\begin{cases}1 & |f-10^9|<10^6\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

假設傳送端使用平方根升餘弦濾波器（square-root raised cosine filter），滾降係數（rolloff factor）為 α。若使用 QPSK，並希望能達到 2 Mbps 的資料率，且接收端不會有符際干擾（inter-symbol interference, ISI）。

㈠令 f_c 為載波頻率，f_c 應設為何值較為恰當。（5 分）

㈡令 R 為 QPSK 符元率（symbol rate），求 R。（5 分）

㈢求滾降係數（rolloff factor）α，使得傳送訊號可占據整個通道頻寬。（10 分）

提示：升餘弦脈衝頻率響應與符元區間（symbol interval）$T=1/R$，及滾降係數（rolloff factor）α 的關係如下

$$X(f)=\begin{cases}T, & 0\le|f|\le\dfrac{1-\alpha}{2T}\\ \dfrac{T}{2}\left[1+\cos\left(\dfrac{\pi T}{\alpha}\left(|f|-\dfrac{1-\alpha}{2T}\right)\right)\right], & \dfrac{1-\alpha}{2T}\le|f|\le\dfrac{1+\alpha}{2T}\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$