

類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

參考值：

$z_{0.025}=1.96$ ， $z_{0.05}=1.645$ ， $z_{0.1}=1.28$ ，

$t_{0.025,8}=2.306$ ， $t_{0.025,9}=2.262$ ， $t_{0.025,10}=2.228$ ， $t_{0.05,8}=1.860$ ， $t_{0.05,9}=1.833$ ， $t_{0.05,10}=1.812$

$F_{0.025,2,8}=6.059$ ， $F_{0.025,4,8}=6.053$ ， $F_{0.05,2,8}=4.459$ ， $F_{0.05,4,8}=3.838$

一、令 X_1 與 X_2 為具獨立同分布、期望值 $1/\lambda$ 的指數 (exponential) 隨機變數。

令 $Y_1 = X_1 - X_2$ 以及 $Y_2 = X_2$ 。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)試求 Y_1 與 Y_2 之聯合機率密度函數。

(二)試求 Y_1 之邊際機率密度函數。

二、令 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組隨機抽自常態分配 $N(0, \sigma^2)$ 之樣本。假設 $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$ ，在顯著水準 0.05 下：

(一)試求檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2$ 的最強力檢定 (most powerful test)。(10 分)

(二)試求檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ 的齊一最強力檢定 (uniformly most powerful test)。(5 分)

(三)說明檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ 的齊一最強力檢定是否存在。(5 分)

三、以下是 (X, Y) 兩變數之觀測資料：

| | | | | | | | | | | | |
|---|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| X | 11 | 9 | 14 | 10 | 12 | 15 | 7 | 5 | 13 | 8 | 6 |
| Y | 7.46 | 6.77 | 12.74 | 7.11 | 7.81 | 8.84 | 6.08 | 5.39 | 8.15 | 6.42 | 5.73 |

以下考慮皮爾森相關係數 (Pearson's correlation coefficient r) 與皮爾曼等級相關係數 (Spearman's rank correlation coefficient r_s)。

(一)試畫出 (X, Y) 之散布圖，並試計算 r 與 r_s 。(10 分)

(二)試刪去本數據中之離群子後，重新計算 r 與 r_s 。(5 分)

(三)試問 r 與 r_s 何者容易受離群子影響？(5 分)

四、甲公司之零件製造部門有三台機器，輪流由五名員工（ABCDE）負責操作。李主任擬研究不同機器以及不同員工之生產量是否不同。以下是隨機抽取之生產量資料：

| | 機器一 | 機器二 | 機器三 |
|------|-----|-----|-----|
| 員工 A | 31 | 25 | 35 |
| 員工 B | 33 | 26 | 33 |
| 員工 C | 28 | 24 | 30 |
| 員工 D | 30 | 29 | 28 |
| 員工 E | 28 | 26 | 27 |

(一)試寫出 ANOVA 表 (Analysis of Variance Table)。(5 分)

(二)在顯著水準 0.05 下，試檢定不同機器之生產量是否不同。(5 分)

(三)在顯著水準 0.05 下，試檢定不同員工之生產量是否不同。(5 分)

(四)試寫出模型假設。(5 分)

五、乙公司從 2018 年第一季至 2020 年第四季之銷售量如下表所示：

| | 第一季 | 第二季 | 第三季 | 第四季 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 2018 | 1,600 | 2,500 | 2,800 | 2,970 |
| 2019 | 2,100 | 3,100 | 3,650 | 3,350 |
| 2020 | 2,250 | 3,250 | 3,840 | 3,860 |

假設該公司近年第一至四季的季節指數分別為 74.720、103.978、123.761、97.540。

(一)試計算去除季節因子之銷售量。(5 分)

(二)考慮簡單線性模型 $y_t = \alpha + \beta t + e_t$ ，試求出去除季節因子之銷售量的趨勢估計式，並在 0.05 顯著水準下檢定斜率是否為零。(10 分)

(三)試預測 2021 年第一至四季之銷售量。(5 分)