

類 科：電信工程
科 目：通信與系統
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、希爾柏 (Hilbert) 轉換，可將訊號 $x(t)$ 轉換為 $\hat{x}(t)$ ，表示為 $x(t)$ 與 $1/(\pi t)$ 的迴旋積分 (convolution) 如下：

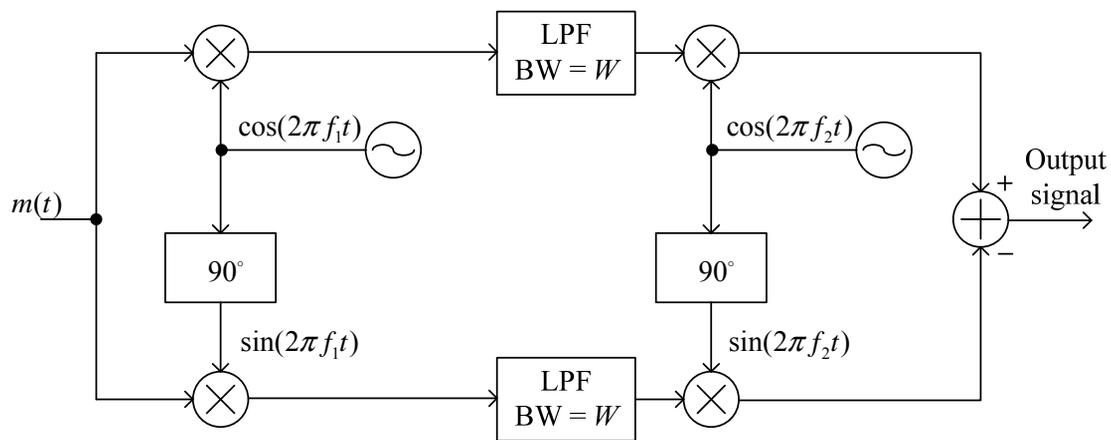
$$\hat{x}(t) = x(t) * \left(\frac{1}{\pi t} \right) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \frac{1}{\pi(t-\tau)} d\tau$$

(一)求 $\sin(2\pi f_c t)$ 的希爾柏轉換。(5分)

(二)求 $\cos(2\pi f_c t)$ 的希爾柏轉換。(5分)

(三)求 $x(t) * \left(\frac{1}{\pi t} \right) * \left(\frac{1}{\pi t} \right)$ 。(10分)

二、圖一為 SSB 的調變器，其中低通濾波器 (LPF) 為頻寬 W 之理想低通濾波器。若輸入訊號 $m(t) = \cos(2\pi f_m t)$ ，其中 $f_m < W$ 。證明若適當選擇 f_1 及 f_2 ，其調變器輸出為 SSB 訊號。(20分)



圖一

三、一匹配濾波器有以下的頻率響應：

$$H(f) = \frac{1 - e^{-j2\pi(f-f_c)T}}{j2\pi(f-f_c)} + \frac{1 - e^{-j2\pi(f+f_c)T}}{j2\pi(f+f_c)}$$

其中 T 為取樣時間， f_c 為某頻率符合 $f_c = \frac{n}{T}$ ，且 $n > 1$ 為整數。(每小題 10 分，共 20 分)

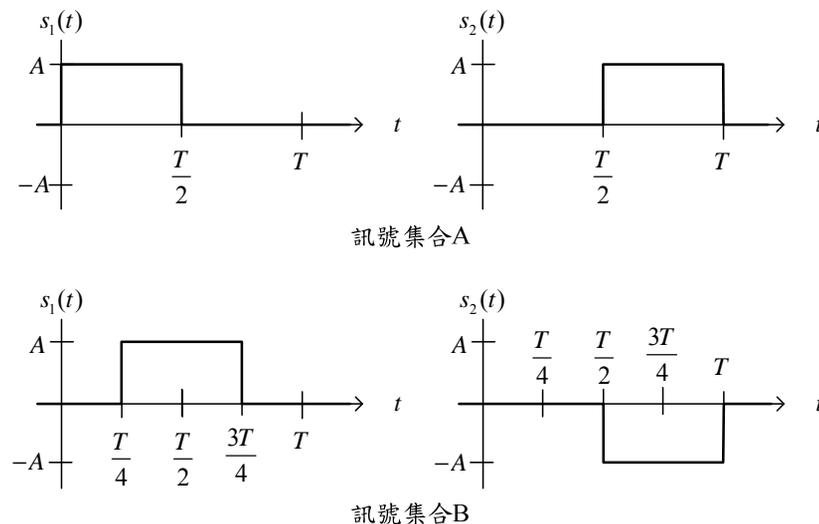
(一)求相對於 $H(f)$ 之脈衝響應 $h(t)$ 。

(二)求該匹配濾波器所匹配的訊號。

(請接背面)

類 科：電信工程
科 目：通信與系統

- 四、考慮圖二所示兩個訊號集合 A 及 B。每個集合都可用於等機率二元傳輸 (binary transmission) 之基頻訊號。其中 T 代表一個傳送符元區間 (symbol interval), A 為振幅大小。假設該訊號經過可加白色高斯 (AWGN) 通道, 功率頻譜密度為 $N_0/2$ 。
(每小題 5 分, 共 20 分)



圖二

- (一) 求訊號集合 A 及訊號集合 B 之平均能量。
(二) 接收端若使用最大相似檢測 (maximum likelihood detector), 求使用訊號集合 A 之錯誤率。
(三) 接收端若使用最大相似檢測 (maximum likelihood detector), 求使用訊號集合 B 之錯誤率。
(四) 訊號集合 A 或 B 有較佳之錯誤率表現?
五、一通道 (channel) 可表示為條件機率 $P(Y = y | X = x)$, 其中 X 及 Y 分別代表通道輸入隨機變數及通道輸出隨機變數。假設該通道有兩個輸入符元 $\{0, 1\}$, 輸出符元為 $\{0, e, 1\}$ 。其條件機率如下:

$$P(Y = 0 | X = 0) = 1 - \varepsilon$$

$$P(Y = e | X = 0) = \varepsilon$$

$$P(Y = 1 | X = 0) = 0$$

$$P(Y = 0 | X = 1) = 0$$

$$P(Y = e | X = 1) = \varepsilon$$

$$P(Y = 1 | X = 1) = 1 - \varepsilon$$

此通道一般稱之為二元刪除通道 (Binary Erasure Channel, BEC)。(每小題 10 分, 共 20 分)

- (一) 考慮通道編碼 (channel coding) 使用長度為 2 之重複碼 (repetition code), 也就是使用碼集合為 $C = \{[0, 0], [1, 1]\}$ 在 BEC 上進行傳輸。若接收向量為 $[1, e]$, 求最大相似 (maximum likelihood, ML) 碼字。
(二) 承(一), 若使用最大相似 (ML) 解碼, 則平均解碼錯誤率為何?