

類 科：核子工程

科 目：微積分與微分方程

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、計算 $\int \sec^3 x dx$ 。(20分)

二、假定橢圓 E 為柱面 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2 = 0$ 及平面 $g(x, y, z) = x + z - 4 = 0$ 之交集。找出在橢圓 E 上的一點 $P(1, 1, 3)$ 在平面 $g(x, y, z) = x + z - 4 = 0$ 上的切線參數方程式。(20分)

三、利用 Lagrange 乘數法 (the Method of Lagrange Multipliers) 找出在 xyz 空間曲面

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy = 1$$

上離原點最近距離和最遠距離，並且找出分別對應發生最近距離和最遠距離的點之座標。(20分)

四、計算此線積分 $\int_C y^2 dx + 3xy dy$ ，此曲線 C 為平面區域

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \text{ 且 } y \geq 0\}$$

之邊界，曲線 C 為一單純閉曲線 (simple closed curve) 且依序連接點 $(2, 0)$, $(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 0)$ 。(20分)

五、求下列齊次方程式 (homogeneous equation)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$$

之通解 $y = y_g(x)$ 。(20分)