

101年公務人員特種考試關務人員考試、101年公務人員特種考試  
移民行政人員考試及101年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

代號：10470 全一張  
(正面)

等 別：三等關務人員考試

類(科)別：關稅統計

科 目：抽樣方法

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、試回答下列問題：

(一)簡單隨機抽樣法 (simple random sampling) 有抽出放回 (with replacement) 與抽出不放回 (without replacement) 兩種取樣方式，試說明這兩種取樣方式的優點。  
(8分)

(二)試說明抽出放回的簡單隨機抽樣中有輔助變數的母體平均數之迴歸估計法。(8分)

(三)母體在何種安排下，一階段群集抽樣法 (one-stage cluster sampling) 所抽出的樣本可由系統抽樣法 (systematic sampling) 來產生，舉例說明之。(9分)

二、生態學家欲估計某地區某一稀有保育動物的總數 (total)。

(一)今欲估計該稀有保育動物的總數，試提出一合理的抽樣法與估計量。(8分)

(二)試證明您於(一)小題所提出的估計量之不偏性是否存在。若不具有不偏性，請提出另一種抽樣法與估計量並證明其不偏性。(12分)

三、假設某一母體分兩層，已知第一層有  $N_1$  個抽樣單位，第二層有  $N_2$  個抽樣單位，因此母體總抽樣單位數為  $N = N_1 + N_2$ 。現使用分層抽樣法 (stratified sampling) 來估計母體中某種特徵值的平均數  $\mu$ 。每分層的變異數  $S_1^2$  與  $S_2^2$  已知，且相關數值如下：  
 $N_1 = 300, N_2 = 600, S_1^2 = 810, S_2^2 = 270$ ，現考慮從二層分別抽出  $n_1$  與  $n_2$  個樣本數，並使用  $\bar{y}_{st} = (N_1/N) \times \bar{y}_1 + (N_2/N) \times \bar{y}_2$  估計  $\mu$ ， $\bar{y}_i$  是代表第  $i$  層樣本平均數， $i = 1, 2$ 。

(一)試推導  $\bar{y}_{st}$  的變異數  $V(\bar{y}_{st})$ 。(8分)

(二)若控制  $V(\bar{y}_{st}) \leq 1.5$ ，使用前述數據找出最少的樣本數與最佳的分層樣本組合  $(n_1, n_2)$  並滿足  $n = n_1 + n_2$ 。(17分)

(請接背面)

101年公務人員特種考試關務人員考試、101年公務人員特種考試  
移民行政人員考試及101年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

代號：10470 全一張  
(背面)

等 別：三等關務人員考試

類(科)別：關稅統計

科 目：抽樣方法

四、某項產品生產公司於全國設有 50 個維修站。品管人員欲瞭解該產品送回維修站所需的修復時間（以分鐘計），並採用二階段分層抽樣來估計其產品所需的平均修復時間  $\mu$ 。此抽樣設計第一層與第二層均採用簡單隨機抽樣法（抽出不放回），故從  $N(=50)$  個維修站抽出  $n(=5)$  個維修站，再從每一抽到的維修站之  $M_i$  個維修產品中抽出  $m_i$  個樣本數，觀察其所需的修復時間， $i=1, \dots, n$ 。第二階段抽出的樣本平均數與樣本變異數分別用  $\bar{y}_i$  與  $s_i^2, i=1, \dots, n$  表示，且已知母體總數  $M = \sum_{i=1}^{50} M_i = 2700$ ，實

際抽出樣本的資料整理如下：

抽出的維修站編號	$M_i$	$m_i$	$\bar{y}_i$	$s_i^2$
1	60	10	40	64
2	50	8	60	50
3	56	10	45	40
4	55	8	56	36
5	50	8	50	40

(一)試提出平均修復時間  $\mu$  之不偏估計式  $\hat{\mu}$ 。(5 分)

(二)證明  $\hat{\mu}$  的不偏性。(8 分)

(三)假設(一)小題中  $\mu$  之不偏估計式有近似常態分配，使用表中數據建構  $\mu$  的近似 95% 信賴區間。(註：在標準常態分配之下，1.96 至  $\infty$  的機率為 0.025) (17 分)