

100年公務人員特種考試一般警察人員考試、
100年公務人員特種考試警察人員考試及
100年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：71270
71370

全一張
(正面)

等 別：高員三級鐵路人員考試

類 科：電力工程、電子工程

科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、試利用拉氏轉換 (Laplace transform) 求解 $y'' - 2y' - 3y = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 4 \\ 12, & t \geq 4 \end{cases}$; $y(0) = 1, y'(0) = 0$,

其中 $y' \equiv \frac{dy}{dt}$, $y'' \equiv \frac{d^2y}{dt^2}$ 。 (15 分)

二、求 $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$ 之一般解。 (10 分)

三、令 C 為平面上任意片段性平滑 (piecewise-smooth) 之封閉曲線，且 $F = \frac{-y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j}$ ，分別求出下

列兩種情形之 $\oint_C F \cdot d\mathbf{R}$

- (一)假設原點不被 C 圍繞。 (5 分)
(二)假設原點被 C 圍繞。 (10 分)

四、假設隨機變數 X 的累積分布函數 (cumulative distribution function) $F(x)$ 為

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 0.25, & 1 \leq x < 4 \\ 0.5, & 4 \leq x < 5 \\ 0.75, & 5 \leq x < 7 \\ 1.0, & 7 \leq x. \end{cases}$$

- (一)試求 $P(X=5)$ 。 (3 分)
(二)試求 $P(X>3)$ 。 (3 分)
(三)試求 $P(2.5 < X < 6)$ 。 (4 分)

乙、測驗題部分：(50 分)

代號：7712

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 若 $F(s)$ 為 $f(t)$ 之拉普拉斯轉換， $F(s) = \frac{0.1s + 0.9}{s^2 + 3.24}$ 則 $f(t)$ 為何？

(A) $f(t) = 0.1 + 0.9t$

(C) $f(t) = 0.1\cos 1.8t + 0.9\sin 1.8t$

(B) $f(t) = 0.1 + 0.9te^{-3.24t}$

(D) $f(t) = 0.1\cos 1.8t + 0.5\sin 1.8t$

2 下列何者不是正合微分方程式 (exact differential equation) ？

(A) $e^{-2\theta}(rdr - r^2d\theta) = 0$

(C) $2xydx + x^2dy = 0$

(B) $2xydy = (x^2 + y^2)dx$

(D) $2(\sin 2x)(\sinh y)dx - (\cos 2x)(\cosh y)dy = 0$

3 下列何者為 $y' = 3x^2(y+2)$ 之解，其中 c 為任意常數：

(A) $\ln|y+2| = x^3 + c$

(B) $\ln|y+2| = x^2 + c$

(C) $\ln|y+4| = x^3 + c$

(D) $\ln|y+4| = x^2 + c$

4 求解微分方程 $9yy' + 4x = 0$ ， $y(1) = 0$ ，其解為下列何者？

(A) $9x^2 + 4y^2 = 36$

(B) $9x^2 - 4y^2 = 1$

(C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = \frac{1}{9}$

(D) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = \frac{1}{2}$

5 求解微分方程 $y' = \cosh 4x$ ，其解為下列何者？

(A) $y = \frac{\sinh 4x}{4} + c$

(B) $y = \frac{\tanh 4x}{4} + c$

(C) $y = \frac{\coth 4x}{4} + c$

(D) $y = \frac{\cosh 4x}{4} + c$

(請接背面)

100年公務人員特種考試一般警察人員考試、
100年公務人員特種考試警察人員考試及
100年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

代號：71270
71370

全一張
(背面)

等 別：高員三級鐵路人員考試
類 科：電力工程、電子工程
科 目：工程數學

- 6 求解微分方程 $y'' - 4\pi y' + 4\pi^2 y = 0$ ，其解為下列何者？
(A) $y = (c_1 + c_2 x)e^{-2\pi x}$ (B) $y = (c_1 + c_2 x)xe^{-2\pi x}$ (C) $y = (c_1 + c_2 x)e^{2\pi x}$ (D) $y = (c_1 + c_2 x)xe^{2\pi x}$
- 7 下列那一個複數函數不是可解析函數？
(A) $f(z) = \sin(z)$ (B) $f(z) = \cos(z)$ (C) $f(z) = e^{-z}$ (D) $f(z) = |z|^2$
- 8 假設 z 為一複變數，試問 $\int_0^{\pi+2i} \cos\left(\frac{z}{2}\right) dz$ 之值為下列何者？
(A) 0 (B) $e + (1/e)$ (C) $2\pi i$ (D) 1
- 9 令收斂區間為 $0 < |z| < 2\pi$ ，試求複變數函數 $f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$ 以勞倫茲級數 (Laurent series) 表示時，其留數 (residue) 應為下列何值？
(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1
- 10 求 $\frac{d}{dz} \{(z-3i)^{4z}\} = ?$
(A) $(z-3i)^{4z-1}(4z) + 4(z-3i)^{4z} \ln(z-3i)$ (B) $(z-3i)(4z+2) + 4(z-3i)^{4z} \ln(z-3i)$
(C) $(z-3i)^{4z}(4z) + 4(z-3i)^{4z} \ln(z-3i)$ (D) $(z-3i)(4z+2) + (z-3i)^{4z} \ln(z-3i)$
- 11 若 $\nabla f = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ 且 $\nabla g = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ，則 $\nabla \cdot (f \nabla g)$ 為：
(A) 0 (B) $7\mathbf{i} - 7\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ (C) 7 (D) $-7\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$
- 12 若函數 $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ，試求在點 $(0, 1, 1)$ 之梯度 (gradient)：
(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}$
- 13 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則：
(A) $A^{20} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $A^{100} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $A^{25} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $A^{29} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
- 14 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ，其三個特徵值 (eigenvalues) 為 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 ，則 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2\lambda_3$ 之值為下列何者？
(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24
- 15 一線性轉換 $T: R^2 \rightarrow R^2$ 滿足 $T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ 且 $T\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ ，則 $T\left(\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = ?$
(A) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$
- 16 若線性轉換 $T_1(x, y, z) = (2x + y, 0, x + z)$ ， $T_2(x, y, z) = (x - y, z, y)$ ，則合成轉換 $T = T_1 \circ T_2$ 為：
(A) $T(x, y, z) = (2x + y, x + z, 0)$ (B) $T(x, y, z) = (2x - 2y + z, 0, x)$
(C) $T(x, y, z) = (2x - y, x - z, 0)$ (D) $T(x, y, z) = (2x + 2y, x - z, 0)$
- 17 下列何者為赫密特 (Hermitian) 矩陣？
(A) $A = \begin{bmatrix} i & 1+i \\ -1+i & 0 \end{bmatrix}$ (B) $A = \begin{bmatrix} i & 1+i \\ 1-i & 0 \end{bmatrix}$ (C) $A = \begin{bmatrix} 7 & 1+i \\ 1-i & 6 \end{bmatrix}$ (D) $A = \begin{bmatrix} i & 1+i \\ 1-i & -i \end{bmatrix}$
- 18 隨機變數 X 、 Y 之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為 $f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，則下列各期望值何者正確？
(A) $E(XY) = \frac{4}{3}$ (B) $E(Y) = \frac{5}{8}$ (C) $E(X) = \frac{5}{6}$ (D) $E(XY) = E(X)E(Y)$
- 19 若 $F(s)$ 為 $f(t)$ 之拉普拉斯 (Laplace) 轉換，則 $e^{at} f(t)$ 之拉普拉斯轉換為：
(A) $e^{as} F(s)$ (B) $e^{-as} F(s)$ (C) $F(s+a)$ (D) $F(s-a)$
- 20 一連續隨機變數 (continuous random variable) X 均勻 (uniformly) 分布於 500 與 1000 之間，試問以下何者錯誤？
(A) 其機率密度函數 (probability density function) 於 500 與 1000 間為 $1/500$ ，其餘為 0
(B) 其相對應之累積分布函數 (cumulative distribution function) 於 500 與 1000 間為一斜坡 (ramp) 函數，其餘為 0
(C) X 等於 888 之機率為 0
(D) X 落於 550 與 950 間之機率為 0.8