

臺灣警察專科學校 109 學年度專科警員班 39 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

1. 設 a, b 為實數滿足 $a > b$ ，且 $a + b = 3$ ， $ab = 1$ ，則 $a - b$ 的值為何？
(A) 7 (B) 5 (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{5}$ 。
2. 設 x 為實數，若不等式 $\left|5 - \frac{2}{x}\right| < 3$ 的解為 $a < x < b$ ，則 $a + b$ 的值為何？
(A) 1 (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{7}{4}$ 。
3. 若 $108^{109} = a \times 108^{108} + 108^{107}$ ，則 $\frac{a}{107}$ 的值為何？
(A) $\frac{108}{107}$ (B) $\frac{109}{108}$ (C) $\frac{107}{108}$ (D) $\frac{108}{109}$ 。
4. 令對數 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ， $\log 7 = c$ ，則 10^{2a+b+c} 的值為何？
(A) 42 (B) 56 (C) 70 (D) 84。
5. 設 k 為實數，平面上一直線 L 的方程式為 $y = kx + 2k + 3$ ，則 L 恆過的定點為何？
(A) $(-2, 3)$ (B) $(2, 3)$ (C) $(2, -3)$ (D) $(-2, -3)$ 。
6. 設直線 L 與 $3x - 4y = 7$ 垂直，且與平面座標軸在第一象限所圍成之三角形面積為 6，則 L 的方程式為何？
(A) $4x + 3y = -12$ (B) $4x - 3y = 12$ (C) $4x + 3y = 12$ (D) $4x - 3y = -12$ 。
7. 設 $k < 0$ ，若方程式 $x^2 + y^2 + 2kx - 4y + 2k - 2 = 0$ 表示座標平面上半徑為 3 的圓，則 k 值為何？
(A) -3 (B) -4 (C) -1 (D) -2。
8. 已知實係數方程式 $x^3 + x^2 - x + 15 = 0$ 有一虛根為 $1 + 2i$ ，試求此方程式的實根為何？
(A) 1 (B) 3 (C) -1 (D) -3。
9. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x - \frac{1}{2}$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 r 。則 $f(x)$ 除以 $2x - 1$ 的餘式為何？
(A) $\frac{1}{2}r$ (B) r (C) $2r$ (D) 以上皆非。
10. 試求 $7^5 - 6 \times 7^4 + 2 \times 7^3 - 64 \times 7^2 + 3 \times 7 - 22$ 的值為何？
(A) -30 (B) -40 (C) -50 (D) -60。
11. 已知一次函數 $f(x)$ 滿足 $f(8) = 3^8$ ， $f(k) = 3^9$ ， $f(10) = 3^{10}$ ，則 $k = ?$
(A) 9 (B) $\frac{17}{2}$ (C) 8 (D) $\frac{15}{2}$ 。
12. 對於所有正整數 n ，若 $2^{3n+2} + 3$ 恆為質數 P 的倍數，則 P 值為何？
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11。

13. 人類的大拇指自指尖到腕骨是由三塊骨頭所組成。令從指尖到腕骨的這三塊骨頭的長度分別為 a_1 、 a_2 、 a_3 。據統計，當 a_1 、 a_2 、 a_3 是等比數列且滿足 $a_3 = a_1 + a_2$ 時，大拇指的型態被認為是最完美。求完美大拇指之三塊骨頭長度的公比 $\frac{a_2}{a_1}$ 為何？
- (A) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (D) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 。
14. 甲乙兩人比賽五子棋，約定每局比賽必分出勝負，但因乙是新手，約定只要甲勝 3 局前，乙能勝 2 局就算乙贏，否則算甲贏(即甲在乙勝 2 局前取得 3 勝)。則比賽共有多少種可能的情形？
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
15. 阿華規劃一週七天晚上的其中三天讀數學，兩天讀英文，一天讀國文，剩一天晚上好好休息不讀書，則他每週晚上的安排方式有多少種？
- (A) 60 (B) 120 (C) 210 (D) 420。
16. 將九次多項式 $(x-1)^9$ 展開，哪一項的係數最大？
- (A) x^3 (B) x^4 (C) x^5 (D) x^6 。
17. 若 $243 \leq 2 \times C_1^n + 4 \times C_2^n + 8 \times C_3^n + \dots + 2^n \times C_n^n < 729$ ，則正整數 n 的值為何？
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
18. 一組數據共有 50 筆資料，其中每一筆都只能是 0 或者 1。若已知該組資料的標準差為 0.48 且 0 的個數比 1 的個數少，則資料裡的 1 共有多少個？
- (A) 16 (B) 18 (C) 32 (D) 34。
19. 一批 6 個燈泡中有 2 個不良品，小華隨機買 3 個燈泡，買到不良品個數的期望值為何？
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1。
20. 已知一等腰三角形頂角為 100° ，底長為 2，則下列何者是底邊上的高？
- (A) $\tan 40^\circ$ (B) $\frac{1}{\tan 40^\circ}$ (C) $\sin 40^\circ$ (D) $\cos 40^\circ$ 。
21. 設 a 、 b 、 c 表示 $\triangle ABC$ 的三邊長，且滿足 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ ，若 $\triangle ABC$ 的周長為 18，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
- (A) $9\sqrt{3}$ (B) $12\sqrt{3}$ (C) $15\sqrt{3}$ (D) 條件不足，無法判斷。
22. 若點 $P(\sin \theta, \tan \theta)$ 位於第二象限，則 θ 為哪一個象限角？
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。
23. 已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 3$ ，下列哪個 $\angle A$ 能使 $\triangle ABC$ 的面積最小？
- (A) $\angle A = 78^\circ$ (B) $\angle A = 96^\circ$ (C) $\angle A = 120^\circ$ (D) $\angle A = 132^\circ$ 。
24. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 7$ 且 $\angle A = 60^\circ$ ，則所有可能的 \overline{CA} 長度之和為多少？
- (A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 13。

25. 設 x, y 為實數，求 $x^2 + y^2 + (x - 2y + 6)^2$ 的最小值為何？
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 36。
26. 平面上四點 $A(1, -2)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(0, -1)$ ， $D(6, -2)$ ，若向量 $\overline{AD} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ， x, y 為實數，求 $y = ?$
 (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1。
27. 設實係數二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，若 $A \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d = ?$
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。
28. 設方程式 $\begin{bmatrix} 3+a & 4 \\ 2 & 1+a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 有無限多組解，則 a 的值為何？
 (A) -1 (B) 1 (C) 5 (D) -5。
29. 座標平面上給兩定點 $A(5, 2)$ ， $B(2, 0)$ ，點 P 在拋物線 $y^2 = 8x$ 上，則 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最小值為何？
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
30. 座標平面上的橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上有幾個點與原點的距離正好是整數值？
 (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 關於根式的運算，下列敘述哪些是正確的？
 (A) $2 + \sqrt{3}$ 是無理數
 (B) $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = 2 + \sqrt{3}$
 (C) $2 + \sqrt{3}$ 的小數部分是 $2 - \sqrt{3}$
 (D) 若 $2 + \sqrt{3}$ 的小數部分是 x ，則 $x^2 + 4x = 2\sqrt{3}$
 (E) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} < 2$ 。
32. 設 $a = 2^{0.2}$ ， $b = 4^{0.05}$ ，則下列選項哪些是正確的？
 (A) $a = 2b$ (B) $a = b^2$ (C) $a + b = 2^{0.3}$ (D) $a \times b = 2^{0.3}$ (E) $\frac{a}{b} = 2^{0.1}$ 。
33. 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 ，並假設 $m_1 > m_2 > m_3$ ，則下列選項哪些必定正確？
 (A) $m_1 \times m_2 = -1$ (B) $m_1 \times m_3 = -1$ (C) $m_1 > 0$ (D) $m_2 \leq 0$ (E) $m_3 < 0$ 。

34. 下列哪些選項中的語句符合邏輯中「敘述」的概念？（註：有些版本會將「敘述」稱為「命題」。）
- (A) 「我體重超過 100 公斤」是敘述
 (B) 「現在沒有下雨」是敘述
 (C) 「 $\pi < 3$ 」是正確的敘述
 (D) 「2 是質數且 3 是偶數」是正確的敘述
 (E) 「 $3 \geq 2$ 」是正確的敘述。
35. 設 (a, b) 是三次函數 $y = (x-2)^3$ 圖形上一點，則下列哪些點必定也在此函數圖形上？
- (A) (b, a) (B) $(4-a, -b)$ (C) $(2, 0)$ (D) $(a-2, a^3)$ (E) $(-b, -a)$ 。
36. 下列哪些關於 x 的不等式無實數解？
- (A) $x^2 + x + 1 < 0$ (B) $x^2 + 3x - 1 > 0$ (C) $x^2 - 2x + 3 \leq 0$ (D) $-x^2 + 4x - 4 \geq 0$ (E) $-x^2 - 2x + 3 > 0$ 。
37. 所有的三位數中，下列哪些計數是正確的？
- (A) 共有 999 個
 (B) 數字全相異的共有 648 個
 (C) 數字 2 恰出現 1 個的有 225 個
 (D) 數字 2 至少出現 1 個的有 252 個
 (E) 數字 3 至少出現 2 個的有 27 個。
38. 已知兩組變量 x 與變量 y ，若算術平均數 $\mu_x = 5$ ， $\mu_y = 6$ ，標準差為 $\sigma_x = 3$ ， $\sigma_y = 2$ ，且相關係數為 0.75，則下列哪些點也會在 y 對 x 的迴歸直線上？
- (A) $(1, 2)$ (B) $(3, 5)$ (C) $(6, 5)$ (D) $(8, 7)$ (E) $(9, 8)$ 。
39. 下列有關級數的敘述，哪些正確？
- (A) $\sum_{k=1}^{109} 109 = 109^2$ (B) $\sum_{k=1}^{109} k = \frac{108 \times 109}{2}$ (C) $\sum_{k=3}^{109} 2^k = \frac{8(2^{106} - 1)}{2 - 1}$ (D) $\sum_{k=2}^{109} k^3 = \sum_{t=1}^{108} (t+1)^3$ (E) $\sum_{k=1}^{109} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{108}{109}$ 。
40. 已知 a, b, c, d 為實數，平面上向量 (a, b) 與 (c, d) 所張成的三角形面積，與下列哪些選項必定相等？
- (A) 向量 (b, d) 與向量 (a, c) 張成的三角形面積
 (B) 向量 (b, a) 與向量 (c, d) 張成的三角形面積
 (C) 向量 $\left(2a, \frac{b}{3}\right)$ 與向量 $(18c, 3d)$ 張成的三角形面積
 (D) 向量 $(a+b, a-b)$ 與向量 $(c+d, c-d)$ 張成的三角形面積
 (E) 向量 $(a+2b, b)$ 與向量 $(c+2d, d)$ 張成的三角形面積。