

臺灣警察專科學校 107 學年度專科警員班 37 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

1. 設 a, b 為實數，若不等式 $|ax+4| \leq b$ 之解為 $-1 \leq x \leq 5$ ，則 $b-a = ?$
(A) -4 (B) 2 (C) 4 (D) 8。
2. 二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + 7$ 。已知當 $x=3$ 時， $f(x)$ 有極小值 -11 ，則 $a+b = ?$
(A) -12 (B) -10 (C) -6 (D) 0。
3. 下列選項中，去掉哪一個點後，其他三個點會在同一條直線上？
(A) $(-1, 2)$ (B) $(2, 1)$ (C) $(8, 0)$ (D) $(11, -2)$ 。
4. 計算 $\log_4(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}) = ?$
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ 。
5. 下列各數何者最小？
(A) $\sqrt[6]{4}$ (B) $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$ (C) $\frac{4 \times 2^2}{8}$ (D) $\sqrt{2\sqrt[3]{4}}$ 。
6. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中的每一項皆為實數，且公差為負。若已知 $|a_8| = |a_{15}|$ ，則當 n 為多少時，此數列之前 n 項和 S_n 有最大值？
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12。
7. 經多年臨床的統計數據知，某項傳染病的快篩檢查之可靠性如下：「患有此病的人能被正確檢驗出的機率為 0.9；不患此病卻被誤檢為病人的機率為 0.05。」現在對某地區的居民進行此項檢查，並對檢驗報告為陽性（患病）的人進行後續的追蹤治療，結果發現其中只有 $\frac{54}{71}$ 的人是真的患有此疾病！由此可推估，該地區被此傳染病感染的人占全體居民的比重為？
(A) 0.05 (B) 0.1 (C) 0.15 (D) 0.2。
8. 若數列 $\langle a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_{10} \rangle$ 中的每一項皆為 1 或 -1 ，則 $a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 之值有多少種可能？
(A) 10 (B) 11 (C) P_2^{10} (D) 2^{10} 。
9. 將 30 顆乒乓球分裝到甲、乙、丙三個盒子中，規定不能有空盒，且甲、乙兩個盒子裡都須裝奇數顆球，則所有符合條件的分裝方法有幾種？
(A) 105 (B) 120 (C) 153 (D) 378。
10. 同時擲三顆不公正的骰子，若已知其點數 x, y, z 為偶數的機率依序為 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ ，則 $xy+z$ 為奇數的機率為？
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。
11. 設實數 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的算術平均數為 3、標準差為 4，則 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = ?$
(A) 120 (B) 125 (C) 130 (D) 135。
12. 某次數學競試，因為出題老師出手過重，所以全年級 1200 位同學的平均成績只有 32 分，連第一名的同學也只考了 56 分。為了避免在同學心中留下陰影，老師決定將每位同學的原始成績先乘以 $\frac{5}{4}$ 倍再加上 20 分。令變量 x, y 分別表示同學的原始成績與調整後的成績， r 表示變量 x 與 y 的相關係數，則下列何者正確？
(A) $0.3 \leq r < 0.5$ (B) $0.5 \leq r < 0.7$ (C) $0.7 \leq r < 1$ (D) $r = 1$ 。

13. 若 $a = \sin 2$ ，則下列何者正確？
 (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < -\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$ 。
14. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$ 。若以 a, b, c 分別代表 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，則 $(\frac{2b}{a+c})^2 = ?$
 (A) $\frac{4}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。
15. 直線 $L: ax+by+c=0$ ，下列哪一個條件使 L 不通過第二象限？
 (A) $a=0, bc < 0$ (B) $ac < 0, bc < 0$ (C) $ab > 0, ac < 0$ (D) $ab < 0, bc > 0$ 。
16. 圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 8 = 0$ ，若 L 為過圓 C 上一點 $A(4,2)$ 的切線，則 L 通過下列哪一點？
 (A) (1,4) (B) (2,3) (C) (3,2) (D) (4,3)。
17. 向量 $(2,-1)$ 與下列哪一個向量之夾角最小？
 (A) $(\sqrt{2},1)$ (B) $(1,\sqrt{2})$ (C) $(-1,\sqrt{2})$ (D) $(-\sqrt{2},1)$ 。
18. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$ ，則 $\begin{vmatrix} -a+3b & 2a+4b \\ -c+3d & 2c+4d \end{vmatrix}$ 之值為？
 (A) -45 (B) -30 (C) 30 (D) 60。
19. 已知空間中一點 P 與三坐標平面等距離，且 P 到 x 軸的距離是 2，則 P 與原點之距離為？
 (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{2}$ 。
20. 設 a, b 皆為正實數，則 $(a+2b)(\frac{1}{a} + \frac{2}{b})$ 之最小值為？
 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6。
21. 已知空間中三點 $A(1,-1,2)$ ， $B(2,3,1)$ ， $C(4,3,2)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積最接近下列何者？
 (A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 10。
22. 已知點 $A(1,2,3)$ ， $B(3,2,1)$ ，平面 $E: x-2y+2z=k$ 。若 A, B 位在平面 E 之異側，且「 A 到平面 E 的距離」大於「 B 到平面 E 的距離」，則 k 可為下列何值？
 (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2。
23. 假設空間中兩相異平面 E_1, E_2 皆通過 $(5,2,0)$ 與 $(4,3,8)$ 兩點，試問以下哪一個點不會同時在 E_1 與 E_2 上？
 (A) (6,1,-8) (B) (2,5,24) (C) (7,0,-16) (D) (0,7,-40)。
24. 設 $B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 B^2 的反矩陣不存在，則實數 $x = ?$
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ 。
25. 在一伯努利試驗中，每次試驗成功的機率為 p 。若重複此試驗 n 次，且每次試驗的結果皆是獨立的，則下列哪一敘述是「錯誤」的？
 (A) 此 n 次均成功的機率為 p^n (B) 其中至少成功 1 次的機率為 $1-(1-p)^n$
 (C) 恰 r 次成功的機率為 $C_r^n p^r$ (D) 獲得成功次數的期望值為 np (次)。
26. 設 $f(\theta) = 2\cos\theta - \sqrt{5}\sin\theta + 1$ 的最大值為 x 、最小值為 y ，則 $x-2y$ 之值為？
 (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 11。
27. 計算 $\frac{(\cos 4^\circ + i\sin 4^\circ)^{10} \times (\cos 5^\circ + i\sin 5^\circ)^6}{(\cos 2^\circ - i\sin 2^\circ)^{10}} = ?$
 (A) -1 (B) 1 (C) $-i$ (D) i 。

28. 計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3} - \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} \right) = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$ 。
29. 若 $f\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) = 3x-2$ ，則 $f(1) = ?$
 (A) 4 (B) 1 (C) -2 (D) -5。
30. 計算 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|5-2x| - |x-2|}{|x-5| - |3x-7|} = ?$
 (A) 不存在 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{4}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列敘述哪些是正確的？
 (A) 已知 n 為正整數，若有理數 $\frac{n}{5250}$ 可以化為有限小數，則 n 必為 21 的倍數
 (B) 若 a, b 為實數且 $a+b$ 為有理數、 ab 為無理數，則 $a-b$ 必為無理數
 (C) 若 a, b 為實數且 $a^2 - b^2$ ， $a+b$ 皆為有理數，則 $a-b$ 必為有理數
 (D) 若 a^3, a^5 皆為有理數，則 a^{2018} 必為有理數
 (E) 若 a, b, c, d 為實數且滿足 $a+b\sqrt{2} = c+d\sqrt{2}$ ，則 $a=c$ 且 $b=d$ 。
32. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為三次實係數多項式，且 $3 + \sqrt{3}i$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的一根。若將 $f(x) = 0$ 的三個根與原點在複數平面（高斯平面）上形成四點共圓（此圓為 C ），則下列敘述何者正確？
 (A) $3 - \sqrt{3}i$ 是 $f(x) = 0$ 的一根
 (B) 圓 C 的面積為 4π
 (C) $f(x) = 0$ 恰有一個整數解
 (D) $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 3
 (E) $a+b+c$ 為 3 的倍數。
33. 已知正整數 a 之最高位數字為 5，且 $\log a$ 之首數為 n 、尾數為 b ，則下列哪些敘述是正確的？
 (A) a^2 為 $(2n+1)$ 位數
 (B) $\log a^2$ 之尾數小於 0.6
 (C) $\log\left(\frac{1}{a}\right)$ 之首數為 $-n$
 (D) $\frac{1}{a}$ 從小數點後第 $(n+1)$ 位開始出現不為 0 的數字
 (E) $\frac{1}{a}$ 小數點後第一個不為 0 的數字小於 3。
34. 若 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長分別為 a, b, c ，下列哪些條件可以決定唯一的三角形？
 (A) $a = 3, b = 2, \angle C = 30^\circ$
 (B) $\angle B = 60^\circ, b = 1.5, c = 2$
 (C) $\angle A = 47^\circ, \angle B = 78^\circ, \angle C = 55^\circ$
 (D) $a = 2, b = 3, c = 5$
 (E) $\angle B = 60^\circ, b = 2.5, c = 2$ 。

35. 下列關於數列與級數的敘述，何者正確？

(A) 若 $\langle a_1, a_2, \dots, a_{10} \rangle$ 為等差數列，則 $\langle a_1 + a_2, a_3 + a_4, \dots, a_9 + a_{10} \rangle$ 亦為等差數列

(B) $\log x, \log x^2, \dots, \log x^k, \dots$ 為無窮等比數列 ($x \in R^+$)

(C) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} 3^{x+k}$ 為無窮等比級數 ($x \in R$)

(D) 承(C)，若 $x = -1$ ，則此無窮級數之和為 $\frac{1}{4}$

(E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\overbrace{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n}}^{3n \text{ 個}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} + \dots + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \overbrace{0 + 0 + \dots + 0}^{3n \text{ 個}} = 0$ 。

36. 設 A, B, C 為樣本空間 S 中的三個事件，下列選項何者正確？

(A) 若 A, B 皆非空事件且 $A = B'$ ，則 A, B 為獨立事件

(B) 若 $A \neq \emptyset$ ，則 " $P(B|A) = P(B) \Leftrightarrow A, B$ 為獨立事件"

(C) 若 A, B, C 為獨立事件，則 $P(A|B \cap C) = P(A|B)$

(D) 若 A, B 為獨立且互斥事件，則 A, B 中至少有一事件為空事件

(E) 若 A, B, C 兩兩互為獨立事件，則 A, B, C 三事件為獨立事件。

37. 下列有關空間中的敘述，哪些是正確的？

(A) 空間中三相異直線 L_1, L_2, L_3 ，若 $L_1 \perp L_2$ 且 $L_2 \perp L_3$ ，則 $L_1 \perp L_3$

(B) 空間中，不在同一平面的兩相異直線必為歪斜線

(C) 兩條歪斜線在一平面上的正射影必為相交兩直線

(D) 若直線 L 與平面 E 上的兩相異直線 L_1, L_2 皆垂直，則 $L \perp E$

(E) 已知平面 E, F 交於直線 L ，若 L 垂直於另一平面 G ，則 E, F 皆垂直平面 G 。

38. 已知二階方陣 A, B 皆為轉移矩陣，請判斷下列敘述哪些是正確的？

(A) A, B 必可逆

(B) 若 $AB = I$ (單位方陣)，則 $BA = I$

(C) A^2 亦為轉移矩陣

(D) 對任意的正實數 m, n ， $\left(\frac{m}{m+n}A + \frac{n}{m+n}B \right)$ 亦為轉移矩陣

(E) AB, BA 皆為轉移矩陣，且 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 。

39. 已知一枚不均勻的硬幣出現正面的機率為 p 。若以 P_k 表示重複擲此硬幣 10 次，其中恰好出現 k 次正面的機率，且經計算得 $P_{10} = 1024 \times P_0$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(A) $p = \frac{2}{3}$

(B) $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{10}$ 的平均值是 $\frac{2}{3}$

(C) $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{10}$ 中的最大值是 P_6

(D) $P_6 > P_4$

(E) 在連續擲出 9 次反面後，第 10 次投擲此硬幣擲出正面的機率為 P_1 。

40. 試問下列各函數之週期何者與 $y = \tan x$ 之週期相同？

(A) $y = \sin x$

(B) $y = \cos x$

(C) $y = \cot x$

(D) $y = \sin 2x$

(E) $y = \sin \frac{x}{2}$ 。