

臺灣警察專科學校 106 學年度專科警員班 36 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

- 二次函數 $f(x) = ax^2 + bx - 3$ ，當 $x = 2$ 時， $f(x)$ 有極大值 5，則 $a + b$ 之值為下列哪一個選項？
(A) -10 (B) -6 (C) 6 (D) 10。
- 設 $i = \sqrt{-1}$ ，若實係數多項式方程式 $x^3 + ax^2 + 9x + b = 0$ 有一根 $-1 + 2i$ ，則此方程式的實根為下列哪一個選項？
(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4。
- 設 a, b, c 為實數，且二次多項式 $f(x) = ax(x+1) + bx(x-3) + c(x+1)(x-3)$ 滿足 $f(0) = 3, f(-1) = 4, f(3) = 24$ ，則 $a + b + c$ 之值為下列哪一個選項？
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
- 已知 $a = (0.125)^{0.25}$ ，則下列哪一個選項正確？
(A) $a < 0$ (B) $0 \leq a < \frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2} \leq a < 1$ (D) $1 \leq a$ 。
- 化簡 $2x + 2 \log(2 + 10^{-x}) - \log(1 + 4 \cdot 10^x + 4 \cdot 10^{2x})$ 之值為下列哪一個選項？
(A) 0 (B) 1 (C) $\log 2$ (D) x 。
- 若整數 $n = 12^{100}$ ，則整數 n 的最高位數字為下列哪一個選項？
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。
- 設 $S = \sum_{n=1}^{10} \frac{n}{2^{n-1}}$ ，試問 S 之值最接近下列哪一個選項？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
- 用 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 排成一個數字不同的三位數，試問可以排成幾個偶數？
(A) 72 (B) 85 (C) 90 (D) 105。
- 將 6 枝相同的筆全部分給 3 個人，試問方法數為下列哪一個選項？
(A) P_2^8 (B) C_2^8 (C) 3^6 (D) 6^3 。
- 某工廠有三部機器甲、乙、丙產量分別占全部的 50%, 30%, 20%，又設甲、乙、丙三部機器所生產的不良品率依次為 4%, 3%, 2%，由全部產品中任取一產品，發現其為不良品，則此不良品來自甲機器的機率為下列哪一個選項？
(A) $\frac{1}{33}$ (B) $\frac{4}{33}$ (C) $\frac{9}{33}$ (D) $\frac{20}{33}$ 。
- 設有 30 筆 (X, Y) 的數據資料 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{30}, y_{30})$ ，標準差 $\sigma_x = 3, \sigma_y = 2$ ，且相關係數 $r_{xy} = 0.9$ ，則 Y 對 X 做迴歸，其迴歸直線方程式的斜率為下列哪一個選項？
(A) 0.3 (B) 0.6 (C) 0.9 (D) 1.35。
- 已知 $\sin \theta, \cos \theta$ 為方程式 $4x^2 + 3x + k = 0$ 之二根，則 k 之值為下列哪一個選項？
(A) $-\frac{7}{8}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $-\frac{7}{4}$ (D) $\frac{7}{4}$ 。
- 設 $\triangle ABC$ 中，已知 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 3 : 4$ ，則 $\sin A$ 之值為下列哪一個選項？
(A) $\frac{\sqrt{55}}{8}$ (B) $\frac{\sqrt{15}}{8}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{7}{8}$ 。
- 在坐標平面上，選出與圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2$ 相切的直線方程式為下列哪一個選項？
(A) $x + 2y = 3\sqrt{5}$ (B) $x - 2y = 3\sqrt{5}$ (C) $2x + y = 3\sqrt{5}$ (D) $2x - y = 3\sqrt{5}$ 。
- 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ，則 $\begin{vmatrix} 3a+2b & a+3b \\ 3c+2d & c+3d \end{vmatrix}$ 之值為下列哪一個選項？
(A) -35 (B) 35 (C) -45 (D) 45。

16. 設 $\triangle ABC$ 中，三邊長 $\overline{AB}=c, \overline{BC}=a, \overline{CA}=b$ ，若 $(a+b+c)(a+b-c)=ab$ ，則 $\angle C$ 為下列哪一個選項？
 (A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120° 。
17. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=2, \overline{AC}=3, \angle A=120^\circ$ ，且 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，則線段 \overline{AD} 之長為下列哪一個選項？
 (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{5}{3}$ 。
18. 設 x, y 為實數，且滿足 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$ ，則 $3x+4y$ 的最大值為下列哪一個選項？
 (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48。
19. 空間中，方程式 $2x+3y=4$ 代表的圖形為下列哪一個選項？
 (A) 與 xy 平面平行之直線 (B) 與 xy 平面垂直之平面 (C) xy 平面上之直線 (D) xy 平面。
20. 若方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$ 有唯一解 $x=1, y=2, z=3$ ，則方程組 $\begin{cases} 3a_1x+2b_1y+9c_1z=3d_1 \\ 3a_2x+2b_2y+9c_2z=3d_2 \\ 3a_3x+2b_3y+9c_3z=3d_3 \end{cases}$ 的解 (x, y, z) 為下列哪一個選項？
 (A) $(1, \frac{4}{3}, 1)$ (B) $(1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ (C) $(3, 2, 1)$ (D) $(1, 3, 1)$ 。
21. 已知二階方陣 $M = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ， $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(1, 2), B(-2, 4), C(3, 6)$ ，且 $\triangle ABC$ 經二階方陣 M 線性變換後成 $\triangle A'B'C'$ ，則 $\triangle A'B'C'$ 的面積為下列哪一個選項？
 (A) 8 (B) 12 (C) 24 (D) 48。
22. 一線段 \overline{AB} 在 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面上的正射影長分別為 $\sqrt{23}, \sqrt{24}, 5$ ，則 \overline{AB} 的長為下列哪一個選項？
 (A) $4\sqrt{2}$ (B) 6 (C) 7 (D) $6\sqrt{2}$ 。
23. 設拋物線 $x^2=12y$ 上有兩點 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 且 \overline{AB} 過焦點，已知 $\overline{AB}=16$ ，則 y_1+y_2 之值為下列哪一個選項？
 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16。
24. 坐標平面上有一雙曲線，已知其兩焦點為 $(-5, 2)$ 與 $(5, 2)$ ，一漸近線之斜率為 $-\frac{3}{4}$ ，則此雙曲線的實軸長度為下列哪一個選項？
 (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 16。
25. 有一箱子，內有 4 黑球與 5 白球。有一遊戲，從箱子中任取出一球，假設每一顆球被取出的機率都相同，若取出黑球可得獎金 5 元，而取出白球可得獎金 14 元，則取球獎金的期望值為下列哪一個選項？
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14。
26. 設某次選舉，根據最近一次抽樣的民意調查顯示，甲候選人陣營有 95% 的信心認為甲候選人的支持度在 47% 到 53% 之間，試問樣本中支持甲候選人的人數最接近下列哪一個選項？(註：常態分布中，數據落在平均數的一個、二個、三個標準差範圍內之比例分別為 68%、95%、99.7%)
 (A) 278 (B) 556 (C) 1111 (D) 2500。
27. 化簡 $\frac{(\cos 6^\circ + \sin 6^\circ)^{20} (\cos 4^\circ + \sin 4^\circ)^{30}}{(\cos 5^\circ - \sin 5^\circ)^{12}}$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (B) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (D) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 。
28. 設 x 為實數，則函數 $f(x)=3\sin x+4\cos x+5$ 的最大值為下列哪一個選項？
 (A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 12。
29. 設 $i=\sqrt{-1}$ ，則複數 $1-i$ 的極式為下列哪一個選項？
 (A) $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ (B) $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ (C) $\sqrt{2}(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ (D) $\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ 。
30. 令 $a = \sin(\pi^2)$ ，則下列哪一個選項是對的？
 (A) $a=0$ (B) $-1 \leq a < -\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ (D) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知 $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 為三次實係數多項式且 $f(i-1) = 0$ 。請選出正確的選項。

- (A) $f(i+1) = 0$ (B) $f(x) = 0$ 只有一個實根
(C) $f(x) = 0$ 有兩相異實根 (D) 若 $\frac{b}{a}$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的有理根，則 $a|a_3, b|a_0$
(E) 若 $f(1)f(2) < 0$ ，則 $f(x) = 0$ 在 1 和 2 間有實根。

32. 以下各敘述，請選出正確的選項。

- (A) 若 $a > 1 > b > 0$ ，則 $\log_a b < 0$ (B) 若 $b > 1 > a > 0$ ，則 $\log_a b < 1$
(C) 若 $1 > a > b > 0$ ，則 $\log_a b > 1$ (D) 若 $b > a > 1$ ，則 $\log_a b > 1$
(E) 若 $a > b > 1$ ，則 $\log_a b > 1$ 。

33. 設 A, B, C 為樣本空間 S 中的三個非空事件。請選出正確的選項。

- (A) 若 $A \cap B = \phi$ ，則 A, B 為獨立事件
(B) 若 $P(B|A) = P(B) \Leftrightarrow A, B$ 為獨立事件
(C) 若 A, B, C 為獨立事件，且 $B \cap C \neq \phi$ ，則 $P(A|B \cap C) = P(A|B)$
(D) A, B 兩事件可能為獨立事件且為互斥事件
(E) 若 A, B, C 兩兩互為獨立事件，則 A, B, C 三事件為獨立事件。

34. 五種不同的酒，倒入三個酒杯，每個酒杯只能倒入一種酒。請選出正確的選項。

- (A) 若酒杯相異，杯中飲料相異，則所有可能有 P_3^5 種
(B) 若酒杯相異，杯中飲料可相同，則所有可能有 5^3 種
(C) 若酒杯相同，杯中飲料相異，則所有可能有 C_3^5 種
(D) 若酒杯相同，杯中飲料可相同，則所有可能有 C_4^7 種
(E) 若酒杯相異，杯中飲料相異，則所有可能有 C_3^5 種。

35. 設有 10 筆 (X, Y) 的數據資料 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ， X, Y 的平均數分別為 $\mu_x = 2, \mu_y = 3$ ， X 與 Y 的相關係數為

$r_{xy} = \frac{4}{5}$ ，且 Y 對 X 的迴歸直線方程式過 $(0, 1)$ 。請選出正確的選項。

- (A) 迴歸直線方程式為 $y = x + 1$ (B) 迴歸直線過 $(1, 0)$
(C) X 的標準差小於 Y 的標準差 (D) 迴歸直線方程式的斜率為 1
(E) 迴歸直線方程式的斜率為 $\frac{4}{5}$ 。

36. 若 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ ， $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 。請選出正確的選項。

- (A) $\sin \frac{\theta}{2} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (B) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ (C) $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ (D) $\sin 2\theta = \frac{24}{25}$ (E) $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$ 。

37. 有關向量的性質，請選出正確的選項。

- (A) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ (B) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$
(C) $|\vec{a}| - |\vec{b}| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$ (D) 設 \vec{a}, \vec{b} 皆為非零向量，若 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$
(E) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$ 。

38. 在空間中，下列哪些選項中的條件恰可以決定唯一的一個平面？
- (A) 平面過三個相異點 (B) 平面包含一直線及此直線外的一點
(C) 平面包含恰交於一點的兩相異直線 (D) 平面包含兩條平行的直線
(E) 平面包含兩條歪斜的直線。
39. 設 A, B, X 均為 n 階方陣， O 為 n 階零方陣， I 為 n 階單位方陣，下列各敘述，請選出正確的選項。
- (A) $(A-B)X = X(A-B)$ (B) 若 $AB = I$ ，則 $B^2A^2 = I$ (C) 若 $A^2 = O$ ，則 $A = O$
(D) $(A+I)^2 = A^2 + 2A + I$ (E) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + I$ 。
40. 下列選項中的函數，哪些函數的週期為 π ？
- (A) $y = \cos 2x$ (B) $y = |\tan x|$ (C) $y = |\sin x + \cos x|$
(D) $y = |\sin x - \cos x|$ (E) $y = \sin x + |\sin x|$ 。