

臺灣警察專科學校專科警員班三十五期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第1題至第30題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以2B鉛筆劃記於答案卡內。

- 試問有多少組整數數對 (x, y) 滿足方程式 $|x+1|+2|y+3|=4$ ？
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14。
- 設 a, b 皆為實數，已知二次函數 $f(x)=-3x^2+ax+b$ 在 $x=2$ 時有最大值7，試問 $a+b$ 的值為何？
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。
- 試求多項式 $f(x)=x^{105}+2x-3$ 除以 $(x-1)(x+1)$ 的餘式為何？
(A) 0 (B) $x-1$ (C) $3x-3$ (D) $5x-1$ 。
- 設 a, b 皆為實數，已知二次不等式 $6x^2+ax+b \leq 0$ 的解為 $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{2}$ ，試求 $a+b$ 之值為多少？
(A) -16 (B) -18 (C) -20 (D) -22。
- 試求方程組 $\begin{cases} 3^{x+2}-4^y=17 \\ 3^x+4^{y-3}=10 \end{cases}$ 的解 (x, y) 為何？
(A) (-1, 5) (B) (0, 3) (C) (2, 1) (D) (2, 3)。
- 試問 $4\log_9 3 + \log_9 21 - \log_9 7$ 的值為下列哪一個選項？
(A) $\frac{5}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4。
- 試求級數 $1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6 + \dots + 20 \times 23$ 的和為多少？
(A) 3120 (B) 3360 (C) 3500 (D) 3680。
- 已知等差數列 $\{a_n\}$ 的首項為2，公差為-3，試問數列 $\{a_n\}$ 前10項的總和為多少？
(A) -95 (B) -115 (C) -135 (D) -155。
- 把一張100元的鈔票換成1元，5元，10元，50元這四種硬幣，要求每種硬幣都至少要1個，試問有多少種的兌換方式？
(A) 16 (B) 24 (C) 30 (D) 36。
- 將11支相同的原子筆全部分給甲，乙，丙三位小朋友，每位小朋友都至少得到1支，試問有多少種分法？
(A) 8 (B) 28 (C) 36 (D) 45。
- 在 $(2x^2 - \frac{1}{x})^9$ 的展開式中常數項的係數為多少？
(A) 276 (B) 627 (C) 672 (D) 726。
- 投擲一個點數為1, 2, 3, 4, 5, 6的公正骰子，觀察出現的點數， A 表示出現的點數為質數的事件， B 表示出現的點數為偶數的事件，試問 A 與 B 的積事件為何？
(A) $\{2\}$ (B) $\{3, 4, 5, 6\}$ (C) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。
- 有8個數據 x_1, x_2, \dots, x_8 ，已知 $\sum_{k=1}^8 x_k = 32$ ， $\sum_{k=1}^8 x_k^2 = 200$ ，試問這8個數據的標準差為多少？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- 已知 θ 為銳角且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，試求 $\cos \theta + \tan \theta$ 之值為多少？
(A) 2 (B) $\frac{27}{20}$ (C) $\frac{31}{20}$ (D) $\frac{32}{15}$ 。
- 已知 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AD}=6$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ，試問對角線 \overline{AC} 的長度為多少？
(A) 3 (B) $3\sqrt{3}$ (C) 7 (D) $3\sqrt{7}$ 。
- 已知實數 x, y 滿足 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$ ，試問 $x^2 + y^2$ 的最小值為多少？

- (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13。

17. 設 t 為實數，而 $\vec{a} = (3, 5)$ ， $\vec{b} = (1, 2)$ ，試問 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的最小值為多少？

- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) 1。

18. 已知 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 5$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 60° ，試問 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的值為多少？

- (A) $\sqrt{13}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{17}$ (D) $\sqrt{19}$ 。

19. 試求二階行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$ 的值為多少？

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2。

20. 已知 $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ， $\vec{b} = (3, 4, 5)$ ，試問由 \vec{a} 與 \vec{b} 所張成的平行四邊形面積為多少？

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $3\sqrt{6}$ (D) $4\sqrt{6}$ 。

21. 已知實數 x, y, z 滿足 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4$ ，試問 $x + 2y + 3z$ 的最大值為多少？

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $3\sqrt{6}$ (D) $4\sqrt{6}$ 。

22. 試問包含兩平行線 $L_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+5}{4}$ ， $L_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-4}{4}$ 的平面之方程式為何？

- (A) $2x - 3y + 4z = 27$ (B) $2x - 3y + 4z = 23$ (C) $19x + 30y + 13z = 0$ (D) $19x + 30y + 13z = -57$ 。

23. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，試問 $2A + B - C$ 為何？

- (A) $\begin{bmatrix} -2 & 8 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & 18 \\ 2 & 14 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ 。

24. 設方陣 $A = \begin{bmatrix} k & 3 \\ 1 & k-2 \end{bmatrix}$ ，其中 k 為正實數，已知方陣 A 沒有乘法反方陣，試問正實數 k 的值為多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

25. 試問拋物線 $x^2 - 4x - 4y + 8 = 0$ 的準線方程式為何？

- (A) $y = 0$ (B) $y = 1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 3$ 。

26. 試求無窮等比級數 $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{4}{3^3} + \frac{8}{3^4} + \dots$ 的和為多少？

- (A) $\frac{6}{7}$ (B) 1 (C) $\frac{7}{6}$ (D) $\frac{10}{9}$ 。

27. 擲一個點數為 1, 2, 3, 4, 5, 6 的公正骰子 3 次，觀察出現的點數，試問 5 點出現次數的期望值為多少？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。

28. 箱子中有三個球：一個紅球和二個白球，現從箱子中取四次球，每次取一個球且取後放回，試問這四次的取球的結果恰有 2 個紅球的機率為多少？

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{8}{27}$ (D) $\frac{16}{81}$ 。

29. 設函數 $f(x) = 2\cos(x + \frac{\pi}{4}) + 3$ ，其中 x 為實數，試問函數 $f(x)$ 的最大值為多少？

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。

30. 試求 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 5x + 6}$ 的值為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

貳、多重選擇題：（一）共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

（二）每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 a, b, c, d 皆為實數，試問下列哪些選項一定正確？

- (A) 若 $a > b$ 且 $c > d$ ，則 $a + c > b + d$ (B) 若 $a > b$ 且 $c > d$ ，則 $a - c > b - d$
(C) 若 $a > b$ 且 $c > d$ ，則 $ac > bd$ (D) 若 $a > b$ ，則 $a^2 > b^2$
(E) 若 $a > b$ ，則 $a^3 > b^3$ 。

32. 設多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 5, f(2) = 7$ ，試問下列哪些選項正確？

- (A) $f(x)$ 除以 $(x - 1)$ 的餘式為 5 (B) $f(x)$ 除以 $(2x - 2)$ 的餘式為 10 (C) $f(x)$ 除以 $(x - 2)$ 的餘式為 7
(D) $f(x)$ 除以 $(x^2 - 3x + 2)$ 的餘式為 5 (E) $f(x)$ 除以 $(x^2 - 3x + 2)$ 的餘式為 $2x + 3$ 。

33. 箱子中有 1 個紅球，2 個白球，3 個黑球，現從箱子中任意取出兩球，試問下列哪些選項正確？

- (A) 這兩球皆不是紅球的機率為 $\frac{1}{3}$ (B) 這兩球恰有一個是紅球的機率為 $\frac{1}{3}$
(C) 這兩球皆不是白球的機率為 $\frac{3}{5}$ (D) 這兩球恰有一個是白球的機率為 $\frac{8}{15}$
(E) 這兩球皆是白球的機率為 $\frac{1}{10}$ 。

34. 設 A, B 是樣本空間中的兩個事件且滿足 $P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ ，試問下列哪些選項正確？

（備註： A' 表示事件 A 的補集）

- (A) $P(A') = \frac{7}{10}$ (B) $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ (C) $P(A' \cap B') = \frac{2}{5}$ (D) $P(A' \cup B) = \frac{4}{5}$ (E) $P(A \cup B') = \frac{7}{10}$ 。

35. 下列有關組合數 C_m^n 的敘述哪些正確？

- (A) $C_2^7 = C_5^7$ (B) $C_1^1 - C_1^2 + C_1^3 - C_1^4 + C_1^5 - C_1^6 = -3$ (C) $C_1^1 + C_1^2 + C_1^3 + C_1^4 + C_1^5 + C_1^6 = 7$
(D) $C_0^6 - C_1^6 + C_2^6 - C_3^6 + C_4^6 - C_5^6 + C_6^6 = 0$ (E) $C_0^6 + C_1^6 + C_2^6 + C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6 = 36$ 。

36. 在坐標平面上，設圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ ，試問下列哪些直線和圓 C 有交點？

- (A) $L_1: 3x + 4y + 40 = 0$ (B) $L_2: 3x + 4y + 30 = 0$ (C) $L_3: 3x + 4y + 20 = 0$
(D) $L_4: 3x + 4y + 10 = 0$ (E) $L_5: 3x + 4y = 0$ 。

37. 點 $P(3, 4, 5)$ 是空間中的一個點，試問下列哪些選項正確？

- (A) 點 P 到原點的距離為 12 (B) 點 P 到 XY 平面的距離為 5 (C) 點 P 到 XZ 平面的距離為 3
(D) 點 P 到 X 軸的距離為 3 (E) 點 P 到 Z 軸的距離為 5。

38. 設二階行列式 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = 5$ ，其中 a, b, c, d 皆為實數，試問下列哪些選項正確？

- (A) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -5$ (B) $\begin{vmatrix} b & d \\ a & c \end{vmatrix} = -5$ (C) $\begin{vmatrix} 3a & 3c \\ b & d \end{vmatrix} = 45$
(D) $\begin{vmatrix} a+2b & c+2d \\ b & d \end{vmatrix} = 5$ (E) $\begin{vmatrix} a+2b & c+2d \\ b & d \end{vmatrix} = 10$ 。

39. 設 X, Y, Z 皆為二階方陣，試問下列哪些選項一定正確？

- (A) $XY = YX$ (B) $X(YZ) = (XY)Z$ (C) $X(Y + Z) = XY + XZ$

(D) $(X+Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$ (E) 若 $X \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 且 $Y \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，則 $XY \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 。

40. 設函數 $f(x) = \sin(2x+3) + 4$ ，其中 x 為實數，試問下列哪些選項正確？

(A) 函數 $f(x)$ 的最小值為 3

(B) 函數 $f(x)$ 的最大值為 4

(C) 函數 $f(x)$ 的週期為 π

(D) 函數 $f(x)$ 的週期為 2π

(E) 函數 $f(x)$ 的週期為 4π 。