

臺灣警察專科學校專科警員班三十五期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 $a = \log_2 3$, $b = \log_3 11$, 下列選項何者表示 $\log_{22} 33$?

- (A) $\frac{a+ab}{1+ab}$ (B) $\frac{a-ab}{1+ab}$ (C) $\frac{a+ab}{1-ab}$ (D) $\frac{b+ab}{1+ab}$ 。

2. 已知 $\triangle ABC$ 是邊長為 2 的正三角形，則向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值為下列哪一個選項？

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 。

3. 設 x 為實數，若同時滿足 $|x-3| \leq 2$, $|x-1| \leq 2$ 之 x 的範圍可以寫成 $|x-a| \leq b$, 則數對 (a,b) 為下列哪一個選項？

- (A) (1,2) (B) (-1,2) (C) (-2,1) (D) (2,1) 。

4. 設 x, y 是兩有理數，已知 $(2+\sqrt{3})x + (1-\sqrt{3})y = -3\sqrt{3}$, 則數對 (x,y) 為下列哪一個選項？

- (A) (1,2) (B) (-1,2) (C) (2,1) (D) (-2,1) 。

5. 多項式 $f(x) = (1-x) + (1-x)^2 + (1-x)^3 + \cdots + (1-x)^{10}$ 展開式中 x^2 項的係數為下列哪一個選項？

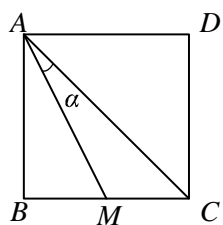
- (A) 165 (B) -165 (C) 330 (D) -330 。

6. 在動物園內部的環園小火車有 A, B, C, D, E, F, G 共 7 節車廂。若打算將其中 3 節車廂漆上相同的無尾熊圖樣，2 節車廂漆上相同的貓熊圖樣，2 節車廂漆上相同的臺灣黑熊圖樣，則車廂漆法數為下列哪一個選項？

- (A) 55 (B) 75 (C) 210 (D) 420 種。

7. 在下圖中，有一正方形 $ABCD$, M 為 \overline{BC} 中點，且 $\angle MAC = \alpha$, 則 $\cos \alpha$ 的值為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (B) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。



8. 坐標平面上有三點 $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(-1, 4)$, 若 $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ 且 $-1 \leq r \leq 1$, $-1 \leq s \leq 1$

則 P 點所在區域之面積為下列哪一個選項？

- (A) 28 (B) 14 (C) 7 (D) 4 。

9. 三角形 ABC 內接於半徑為 $\sqrt{3}$ 之圓，已知 $\angle A = 60^\circ$, 則 \overline{BC} 的長為下列哪一個選項？

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $\sqrt{3}$ (D) 2 。

10. 坐標平面上有一點 $A(3, 0)$, 則 A 對稱於直線 $L: x - 2y + 2 = 0$ 的對稱點坐標為下列哪一個選項？

- (A) (1, 4) (B) (4, -2) (C) (0, 6) (D) (1, -2) 。

11. 坐標平面上，滿足 $\begin{cases} x+2y \leq 4 \\ -x+y \geq -1 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ 的條件下，若 $-2x+y$ 的最小值為 m , 則 m 的值為下列哪一個選項？

- (A) 0 (B) -2 (C) -3 (D) 1 。

12. 設 x, y 為實數，且 $x^2 + y^2 = 1$, 則 $-3x+4y$ 之最小值為下列哪一個選項？

- (A) -5 (B) -10 (C) -2 (D) 5 。

13. 下列有關空間的敘述，何者正確？

- (A) $P(a,b,c)$ 對 yz 平面的對稱點為 $(a, -b, -c)$ (B) 點 $P(a,b,c)$ 到原點的距離為 $\sqrt{a+b+c}$
 (C) 點 $P(a,b,c)$ 到 x 軸的距離為 a (D) 垂直 x 軸的平面上，任二點的 x 坐標皆相等。

14. 坐標空間中，通過原點且與平面 $2016x + 2017y + 2018z = 2019$ 平行之平面 E 的方程式為下列哪一個選項？

- (A) $x + y + z = 0$ (B) $2016x + 2017y + 2018z = 2015$ (C) $2016x + 2017y + 2018z = 0$
 (D) $2016x + 2017y + 2018z = 2019$ 。

15. 已知 $x = a, y = b, z = c$ 為其中一組滿足方程組 $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - 3y + 2z = 2 \\ -x - 2y + z = 2 \end{cases}$ 的解，則下列選項何者為 $-8a - b - c$ 的值？

- (A) 條件不足，答案不一定 (B) 4 (C) 3 (D) 0。

16. 假設有一位學生，他每天放學回家的方式有坐捷運或公車兩種選擇；已知若他今天選擇坐捷運，則他在明天有 70% 坐公車回家，若他在今天坐公車，則他在明天有 40% 捷運回家，已知他在星期一坐捷運回家，則他在星期三（同一星期）坐捷運回家的機率為下列哪一個選項？

- (A) 0.3 (B) 0.37 (C) 0.63 (D) 0.7。

17. 函數 $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2016$ 的週期為下列哪一個選項？

- (A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ 。

18. 設在不同的抽樣調查中，分別訪問 1400 人，得樣本滿意度比例 $\hat{p}_1 = 0.36$ ， $\hat{p}_2 = 0.5$ ， $\hat{p}_3 = 0.8$ 。在 95% 的信心水準下，下列選項中何者的信賴區間最長？

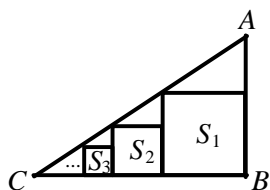
- (A) \hat{p}_1 (B) \hat{p}_2 (C) \hat{p}_3 (D) 一樣長。

(95% 的信心水準下的抽樣誤差為 $2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ，其中 \hat{p} 表示滿意度比例， n 為抽樣人數)

19. 下列各無窮數列的極限，哪一個選項為收斂數列？

- (A) $\left\langle \frac{-2n^3 + 1}{n^2 - 1} \right\rangle$ (B) $\left\langle \left(\frac{2016}{2015}\right)^n \right\rangle$ (C) $\langle (\sqrt{5} - 1)^n \rangle$ (D) $\left\langle \frac{2^n + 3^n}{3^{n+1}} \right\rangle$ 。

20. 如下圖所示，直角 $\triangle ABC$ 的兩股長為 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ ，依次在三角形內作內接正方形 S_1, S_2, S_3, \dots ，則所有內接正方形的面積總和為下列哪一個選項？



- (A) 4 (B) 6 (C) 9 (D) 12。

21. 在 1 到 100 的自然數中(共 100 個數)，不為平方數(如 1, 4, 9, ...)，亦不為立方數(如 1, 8, 27, ...)者共有幾個？

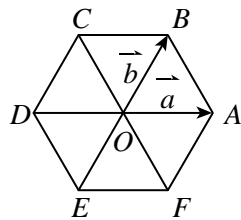
- (A) 87 (B) 88 (C) 89 (D) 90。

22. 關於 Σ 的運算，下列選項何者正確？

- (A) $\sum_{k=1}^n 1 = 1$ (B) $\sum_{k=1}^3 a_k = \sum_{k=4}^6 a_k$ (C) $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k$ (D) $\sum_{k=1}^n k^2 = \left(\sum_{k=1}^n k\right)^2$ 。

23. 如下圖所示，已知 O 為正六邊形 $ABCDEF$ 的中心，令 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ，下列選項何者正確？

- (A) $\vec{a} = \vec{b}$ (B) $\overrightarrow{DA} = 2\vec{a}$ (C) $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b}$ (D) $\overrightarrow{DB} = \vec{a} - \vec{b}$ 。



24. 設 F_1 與 F_2 為坐標平面上雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的兩個焦點， P 為 Γ 上一點，且 $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 16$ ，則 $\triangle PF_1F_2$

的面積為下列哪一個選項？

- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48。

25. 有 10 筆數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 10$ ，已知 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 40$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i = 50$ ，且 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(3, 0)$ ，

則 y 對 x 的迴歸直線之方程式為下列哪一個選項？

- (A) $y = 3x - 9$ (B) $y = 4x - 12$ (C) $y = 2x - 6$ (D) $y = 5x - 15$ 。

26. 在 10 個數據中，有 8 個為 1，其餘為 0，則這 10 個數據的標準差為下列哪一個選項？

(一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ，標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_x^2)}$)

- (A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4。

27. 投擲一枚不均匀硬幣，出現正面的機率為 $\frac{3}{4}$ ，出現反面的機率為 $\frac{1}{4}$ 。今丟擲此硬幣 8 次，若 X 表示出現正

面的次數，則 X 的期望值為下列哪一個選項？

- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6。

28. 設 A 與 B 為獨立事件，且 $P(A) = \frac{3}{4}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ 。則 $P(B' | A')$ 的值為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。

29. 算式 $(\log_3 4 + \log_9 2)(\log_4 9 + \log_8 27)$ 的值為下列哪一個選項？

- (A) 5 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 10 (D) 1。

30. 算式 $(-2.01)^3 + 2 \times (-2.01)^2 - 3 \times (-2.01) - 1$ 的近似值到小數點以下第二位為下列哪一個選項？

(第三位四捨五入)

- (A) 4.95 (B) 4.97 (C) 4.99 (D) 5.01。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，關於函數 $f(x) = a^x$ ，請選出正確的選項：

- (A) $f(x)$ 的圖形恆過點 $(1, 0)$ (B) $f(x)$ 的圖形與 y 軸不相交 (C) 方程式 $f(x) = 2016$ 恰有一實根
(D) 圖形與任一條鉛垂線相交 (E) 若 $\alpha < \beta$ ，則 $f(\alpha) < f(\beta)$ 。

32. 設 $x = 3^{100}$ ，下列關於 x 的敘述，請選出正確的選項：（ $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$ ）

(A) x 為 47 位數 (B) $\log x \leq 48$ (C) x 的首位數字 5 (D) $\log \frac{1}{x} \geq -47$

(E) $\frac{1}{x}$ 化為小數後，在小數點後第 47 位始出現不為 0 的數字。

33. 坐標平面上，有一個拋物線 $\Gamma: y = x^2$ ，關於 Γ 的敘述，請選出正確的選項：

(A) Γ 的圖形與 $y = 2^x$ 的圖形有三個交點 (B) Γ 對 x 軸的對稱圖形方程式為 $y = -x^2$
(C) Γ 對 y 軸的對稱圖形方程式為 $y = x^2$ (D) Γ 對原點的對稱圖形方程式為 $y = -x^2$
(E) Γ 向右平移 1 單位，向下平移 2 單位的圖形方程式為 $y = x^2 - 2x - 1$ 。

34. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且知複數 $1 - i$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的一根。請選出正確的選項：

(A) $f(1 + i) = 0$ (B) $f(2016 + i) = 0$ (C) 方程式 $f(x) = 0$ 可能沒有實根
(D) 多項式 $f(x)$ 可被 $x^2 - 2x + 2$ 整除
(E) 若 $f(-1 + 2i) = -2 + 5i$ ，則 $f(-1 - 2i) = 2 + 5i$ 。

35. 請選出答案與組合數 C_3^9 的值相等之選項。

(A) 方程式 $x + y + z + u = 6$ 的正整數解的組數
(B) 從 6 類相異的物品中（每類多於 4 件），選出 4 件（可重複選取）的方法數
(C) 從九人中選出 6 人的選法數
(D) $(1 + x)^9$ 展開式中 x^6 的係數
(E) 6 件相同的物品，任意放到 4 個不同的箱子（物品全放完）的方法數。

36. 平面上，設兩非零向量 $\vec{a} = (x_1, y_1)$ 與 $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，請選出正確的選項：

(A) 內積 $\vec{a} \cdot \vec{a}$ 的值為 $\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ (B) 內積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的值為 $x_1x_2 + y_1y_2$

(C) 若 \vec{a} 與 \vec{b} 平行，則 $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$ (D) 若 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直，則 $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$ (E) $|\vec{a} \parallel \vec{b}| \leq |\vec{a} \cdot \vec{b}|$

37. 關於橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ ，請選出正確的選項：

(A) 橢圓中心在 $(0, 0)$ (B) 長軸長為 5 (C) 短軸長為 4 (D) 焦點到中心的距離為 6

(E) 若點 (x_0, y_0) 在橢圓上，則點 $(-x_0, -y_0)$ 也在橢圓上。

38. 關於圓 $(x + 2)^2 + y^2 = 4$ 的敘述，請選出正確的選項：

(A) 圓心 $(2, 0)$ (B) 半徑為 4 (C) 點 $(0, 0)$ 在圓上 (D) 原點與圓心的距離為 4
(E) 此圓與 y 軸恰交於一點。

39. 設 A 、 B 皆為 2 階方陣，且 I 是 2 階單位方陣，請選出正確的選項：

(A) 若 $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ (C) $(AB)^2 = A^2B^2$

(D) $(A + I)^2 = A^2 + 2A + I$ (E) 若 A 有反方陣，則其反方陣只有一個。

40. 在重複丟一個均勻硬幣 10 次的試驗中，下列各敘述，請選出正確的選項：

(A) 一定會出現 5 次正面 (B) 恰出現 5 次正面的機率為 $\frac{1}{2}$ (C) 出現正面次數的期望值為 5 次

(D) 出現 4 次正面的機率等於出現 6 次正面的機率 (E) 不可能連續出現 10 次反面。