

臺灣警察專科學校專科警員班三十四期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 k 為實數，若兩直線 $kx+3y-1=0$ 與 $2x+y+2=0$ 互相垂直，則 k 之值為下列哪一個選項？

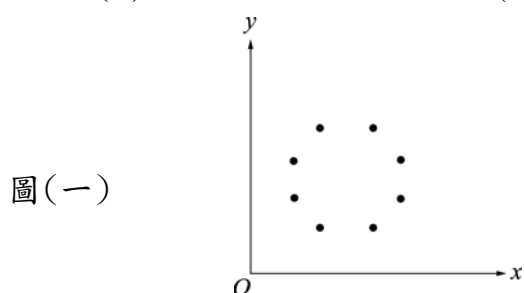
- (A) $-\frac{3}{2}$ (B) -1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 6

2. $\sqrt{91}-\sqrt{37}$ 介於連續正整數 n 與 $n+1$ 之間，則 n 之值為下列哪一個選項？

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

3. 圖(一)為兩組數據 X 與 Y 的散佈圖，則 X 與 Y 的相關係數最接近下列哪一個選項？

- (A) -0.5 (B) 0.5 (C) 0 (D) 1



4. 已知 $2x^3-5x^2-10x-1=0$ 恰有一正根，此正根介於連續正整數 n 與 $n+1$ 之間，則 n 之值為下列哪一個選項？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

5. 設 k 為實數，向量 $\vec{a}=(3,8)$ ， $\vec{b}=(5,k)$ ，若內積 $\vec{a} \cdot \vec{b}=-1$ ，則 k 之值為下列哪一個選項？

- (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

6. 設 n 為正整數，且 $1+2+4+8+\dots+2^n=4095$ ，則 n 之值為下列哪一個選項？

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

7. 請選出正確的選項。

- (A) $\log_4 8=2$ (B) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{7}=\log_3 7$ (C) $\log_3 20=\log_3 4 \times \log_3 5$ (D) $\log_3 (-2)^2=2\log_3 (-2)$

8. 已知兩平行直線 L_1 和 L_2 ，且 L_1 上有 5 個相異點， L_2 上有 6 個相異點，則此 11 個點共可以決定幾個三角形？

- (A) 135 (B) 145 (C) 155 (D) 330

9. 某高中的高三有 1000 位學生，其段考數學成績的平均數是 60 分，標準差是 10 分，且成績呈常態分布，則成績介於 50 分到 80 分的約有幾人？（註：常態分布中，數據落在平均數的一個、二個、三個標準差範圍內之比例分別為 68%、95%、99.7%）

- (A) 約 680 人 (B) 約 750 人 (C) 約 815 人 (D) 約 950 人

10. 在坐標平面上，已知點 O 為原點，點 A 、 B 、 P 為三相異點，則下列哪一個選項使得點 P 在線段 \overline{AB} 上？

- (A) $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = |\vec{PA}| |\vec{PB}|$ (B) $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = -|\vec{PA}| |\vec{PB}|$ (C) $10\vec{OA} = 7\vec{OB} + 3\vec{OP}$ (D) $3\vec{OP} = 4\vec{OB} - \vec{OA}$

11. 設 40^{2015} 除以 13 的餘數為正整數 r ，則 r 之值為下列哪一個選項？

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

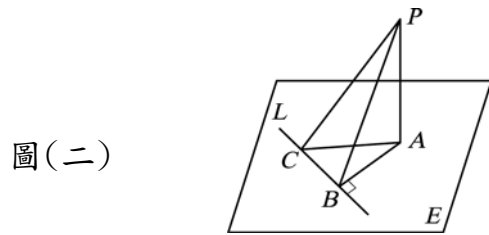
12. 下列各組數據，請選出何者標準差最大？

- (A) $1, 2, 3, 4, 5$ (B) $2, 4, 6, 8, 10$ (C) $6, 7, 8, 9, 10$ (D) $10, 10, 10, 10, 10$

13. 若同時擲三粒骰子，則點數和為 8 的機率是下列哪一個選項？

- (A) $\frac{5}{216}$ (B) $\frac{7}{216}$ (C) $\frac{5}{72}$ (D) $\frac{7}{72}$

14. 如圖(二)中，設直線 L 在平面 E 上，不在平面 E 上的點 P 對平面 E 之投影為 A ，且 A 對直線 L 之投影為 B ， C 為 L 上另一點，且 $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{PC} = 13$ ，則 \overline{PB} 長度為下列哪一個選項？
 (A) $4\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{178}$ (C) 11 (D) 12



15. 設空間中三平面為 $x - 2y + 3z = 4$ ， $x + 7y - 3z = 5$ ， $x + y + z = 4$ ，則此三平面相交情形為下列哪一個選項？
 (A) 三平面兩兩平行 (B) 三平面恰交於一點 (C) 三平面恰交於一直線 (D) 三平面兩兩相交於一直線且三線不共點
16. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ ，則 $\begin{vmatrix} c & 4d \\ 3a & 12b \end{vmatrix}$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) -24 (B) 24 (C) -12 (D) 12
17. 某工廠有三部機器 A 、 B 、 C 產量分別占全部的 50%，30%，20%，又設 A 、 B 、 C 三部機器所生產的不良品率依次為 2%，3%，4%，由全部產品中任取一產品，發現其為不良品，則此不良品來自 A 機器的機率為下列哪一個選項？
 (A) $\frac{5}{27}$ (B) $\frac{8}{27}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{10}{27}$
18. 設 a 、 b 為實數，若 $A(a, b, 3)$ 、 $B(2, 1, 1)$ 、 $C(0, 3, 5)$ 三點共線，則 $a + 10b$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) 12 (B) 17 (C) 21 (D) 26
19. 設 α 、 β 為實數，已知在坐標平面上向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (5, \alpha)$ ， $\vec{c} = (3, 2)$ ， $\vec{d} = (\beta, -3)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 且 $\vec{c} \perp \vec{d}$ ，則 $\alpha - \beta$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) -8 (B) -3 (C) 3 (D) 8
20. 直線 $L: 4x + 3y + 6 = 0$ 與圓 $C: (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 36$ 的幾何關係為下列哪一個選項？
 (A) 相切 (B) 相離 (C) 相割 (D) 平行
21. 已知圓內接四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\angle BCD = 60^\circ$ ，則 \overline{BD} 長度為下列哪一個選項？
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3
22. 有一箱子，內有 3 黑球與 2 白球。有一遊戲，從箱子中任取出一球，假設每一顆球被取出的機率都相同，若取出黑球可得獎金 100 元，而取出白球可得獎金 200 元，則下列哪一個選項是此遊戲的獎金期望值？
 (A) 140 元 (B) 150 元 (C) 160 元 (D) 170 元
23. 設 $\vec{AB} = (2, 2, 1)$ ， $\vec{AC} = (5, 4, 3)$ ，則外積 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 為下列哪一個選項？
 (A) 3 (B) 9 (C) $(2, 1, -2)$ (D) $(2, -1, -2)$
24. 科學家們利用芮氏規模來度量地震的強度，設 I 為地震時所釋放的相對能量強度，芮氏規模 r 之定義為： $r = \log I$ ；1999 年臺灣發生兩次大地震，集集大地震是芮氏規模 7.3，嘉義大地震是芮氏規模 6.4，就釋放出的相對能量強度而言，集集大地震為嘉義大地震的大約多少倍？
 (註： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$)
 (A) 1.2 倍 (B) 2 倍 (C) 8 倍 (D) 9 倍
25. 請問 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 7^n}$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) 3 (B) 7 (C) 10 (D) 21

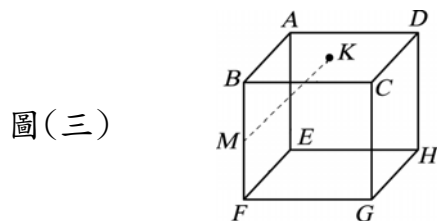
26. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^{12}$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (B) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
27. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\sin A = \frac{3}{4}$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 R 之值為下列哪一個選項？
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
28. 設兩向量 $\vec{a} = (2, -1, 2)$ ， $\vec{b} = (x, y, z)$ ，若 $|\vec{b}| = 9$ ，則內積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值為下列哪一個選項？
 (A) 3 (B) 9 (C) 27 (D) 81
29. 設 $f(x) = 4\sin x + 3\cos x$ ，則 $f(x)$ 的最小值為下列哪一個選項？
 (A) 5 (B) 4 (C) -4 (D) -5
30. 某城市有甲、乙二種報紙，目前甲、乙兩報的市場占有率分別為 40%、60%，假設市場調查結果為：目前訂閱甲報的，有 80% 明年會繼續訂甲報，有 20% 會改訂乙報；目前訂閱乙報的，有 70% 明年會繼續訂乙報，有 30% 會改訂甲報。若明年的訂戶總人數不變，且市場調查結果持續有效，則當報業市場趨於穩定時，甲報的市場占有率為下列哪一個選項？
 (A) 40% (B) 50% (C) 60% (D) 65%

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 已知一橢圓的長軸在 x 軸上，中心為 $(1, 0)$ ，且通過點 $(3, 4)$ ，則下列哪些點一定會在這橢圓上？
 (A) $(-3, 4)$ (B) $(-3, -4)$ (C) $(-1, 4)$ (D) $(-1, -4)$ (E) $(3, -4)$
32. 如圖(三)中，正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長等於 2 (即 $\overline{AB} = 2$)， K 為正方形 $ABCD$ 的中心， M 為線段 \overline{BF} 的中點，如果 $\overrightarrow{KM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} + c\overrightarrow{AE}$ ，其中 a 、 b 、 c 為實數，請選出正確的選項。
 (A) $-1 < b < 0$ (B) $a + b + c = 1$ (C) $a = 1$ (D) $a = 2c$ (E) $a = -b$



33. 設 a 為實數，若方程組 $\begin{cases} (1-a)x + 2y = 0 \\ 3x + (2-a)y = 0 \end{cases}$ 除 $x=0, y=0$ 之外尚有其他解，請選出 a 可能的值為下列哪些

選項？

- (A) 1 (B) -1 (C) 4 (D) -4 (E) 3
34. 請選出下列哪些選項為旋轉矩陣？

- (A) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

35. 關於 $y = f(x) = 2 \sin 3x$ ，請選出正確的選項。

- (A) $|f(x)| \leq 2$ (B) $f(1) > 0$ (C) 週期為 $\frac{2\pi}{3}$ (D) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 為最大值 (E) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ 為最小值

36. 設 A, B 為兩事件， A' 為 A 的補集，且 $P(A \cup B) = 0.9$ ， $P(A') = 0.6$ ， $P(A \cap B) = 0.2$ ，請選出正確的選項。

- (A) $P(A) = 0.4$ (B) $P(B) = 0.5$ (C) $P(A|B) = \frac{5}{6}$ (D) $P(B|A) = \frac{1}{2}$ (E) $P(A'|B) = \frac{1}{3}$

37. 關於拋物線 $y^2 = -4x$ 的圖形，請選出正確的選項。

- (A) 對稱於 $x=0$ (B) 頂點為 $(0, 0)$ (C) 焦點為 $(1, 0)$ (D) 準線為 $x=-1$ (E) 圖形開口向右

38. 丟一個均勻的硬幣 4 次，令隨機變數 X 表示出現正面的次數，請選出正確的選項。

- (A) $P(X=0) = \frac{1}{16}$ (B) $P(X \leq 1) = \frac{5}{16}$ (C) $P(X \geq 1) = \frac{5}{16}$ (D) $P(X=2) = \frac{5}{16}$ (E) $P(2 < X \leq 4) = \frac{5}{16}$

39. 某民調機構對某議題作訪問，成功訪問了 400 位公民，其中有 80 位表示支持。在 95% 的信心水準下，

請選出正確的選項。(註：在 95% 信心水準下的信賴區間為 $[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ， $\hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$])

- (A) 此次訪問，對此議題支持比率為 0.2
(B) 在 95% 的信心水準下，此次訪問的抽樣誤差為 2%
(C) 在 95% 的信心水準下，此次訪問的信賴區間約為 $[0.18, 0.22]$
(D) 重複作 100 次抽樣，所得到的 100 個信賴區間中，大約有 95 個包含此議題真正支持比率
(E) 再次抽樣，並增加訪問人數達原人數四倍，則在 95% 的信心水準下，此議題支持比率的信賴區間長度減半

40. 某高中的高三共有 865 位學生，第一次段考的數學科與物理科成績分別以 X, Y 表示。已知數學科段考的平均為 70，物理科段考的平均為 60， X 與 Y 的相關係數為 0.6，且 Y 對 X 的迴歸直線過點 $(30, 45)$ ，請選出正確的選項。

- (A) X 與 Y 為負相關
(B) $3X+6$ 與 $2Y+5$ 的相關係數為 0.36
(C) 迴歸直線過點 $(94, 69)$
(D) 迴歸直線的斜率為 0.6
(E) X 的標準差大於 Y 的標準差