

臺灣警察專科學校專科警員班三十四期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- 設 a 為有理數， b 為無理數，則下列何者正確？
(A) $a+b$ 必為無理數 (B) ab 必為無理數 (C) $\frac{a}{b}$ 必為無理數 (D) $b\sqrt{a}$ 必為無理數
- 若 $\sqrt{11}-\sqrt{72}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $b+\frac{1}{a-b} =$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 設 a 、 b 皆為實數，且 $a < b$ ，則下列哪一個數最大？
(A) $\frac{a+b}{2}$ (B) $\frac{a+2b}{3}$ (C) $\frac{2a+b}{3}$ (D) $\frac{2a+3b}{5}$
- 設 $f(x)$ 為一次函數，且 $f(0) = 2000$ ， $f(5) = 2015$ ，則下列何者正確？
(A) $f(1) = 2001$ (B) $f(2) = 2004$ (C) $f(3) = 2008$ (D) $f(4) = 2012$
- 在 $1 \leq x \leq 3$ 的範圍內，則二次函數 $f(x) = -2x^2 - 4x + 5$ 的最大值為下列何者？
(A) -1 (B) -25 (C) 5 (D) 7
- 設 $f(x) = ax^6 - bx^4 + cx^2 + 2x - \sqrt{3}$ ，其中 a 、 b 、 c 皆為非零實數，則 $f(2) - f(-2) =$
(A) $2\sqrt{3}$ (B) 4 (C) 8 (D) 無法確定
- 設 $77^x = 16$ ， $308^y = 32$ ，求 $\frac{4}{x} - \frac{5}{y} =$
(A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4
- $\log_3 36 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{5} + \log_9 25 - \frac{1}{\log_{100} 3} =$
(A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2
- 已知 $\log 2 \approx 0.301$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，則 18^{-100} 在小數點後第幾位開始出現不為 0 的數？
(A) 125 (B) 126 (C) 127 (D) 128
- 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_6 = \frac{1}{6}$ ， $a_{12} = \frac{1}{12}$ ，則 $a_{24} =$
(A) $\frac{1}{24}$ (B) 0 (C) $-\frac{1}{12}$ (D) $-\frac{1}{24}$
- 有一等比數列之首項為 1，公比為 -2，則前 10 項之和為下列何者？
(A) 512 (B) -512 (C) 341 (D) -341
- 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ 且 $a_{n+1} = a_n + 2n$ ，其中 n 為正整數，則 $a_{30} =$

- (A) 871 (B) 873 (C) 875 (D) 877
13. 從 1 到 1000 的正整數中，既不是 3 的倍數，也不是 5 的倍數者共有多少個？
- (A) 467 (B) 566 (C) 533 (D) 478
14. 設有一樓梯共有 9 階，今有一人上樓，若每步走 1 階或 2 階，則共有多少種上樓的方法？
- (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88
15. 投擲兩粒公正的骰子，得點數和大於或等於 9 的機率為下列何者？
- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{5}{18}$
16. 已知甲袋有 1 個紅球、5 個白球，乙袋有 3 個紅球、3 個白球，丙袋有 4 個紅球、2 個白球。今任選一袋，再自袋中任取一球，其中每袋被選中的機率相同，同袋中每球被選中的機率相同，則取出紅球的機率為下列何者？
- (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$
17. 設某地區近三年的人口成長率分別為 50%、-10%、150%，則此三年來的平均人口成長率最接近下列何者？
- (A) 50% (B) 100% (C) 150% (D) 63%
18. 有五張卡片，上面分別記有 2、4、6、8、10，今任取三張，求此三數總和的期望值為下列何者？
- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 30
19. $\sin 2^\circ + \sin 4^\circ + \sin 6^\circ + \cdots + \sin 360^\circ =$
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
20. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 10$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為下列何者？
- (A) 10 (B) 20 (C) $20\sqrt{2}$ (D) $20\sqrt{3}$
21. 在平面上，已知 $\triangle ABC$ 的重心在 $G(1,3)$ ，且 $A(-4,3)$ ， $B(7,6)$ ，則 C 點的坐標為下列何者？
- (A) (0,0) (B) (-2,-6) (C) (9,5) (D) (2,7)
22. 在平面上，設 k 為實數，則圓 $C: x^2 + y^2 - 10x + 2ky - 6k = 0$ 之最小面積為下列何者？
- (A) π (B) 4π (C) 9π (D) 16π
23. 已知實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 9$ ， $c^2 + d^2 = 25$ ，則 $ac + bd$ 之最大值為下列何者？
- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25
24. 已知 $|\vec{a}| = 4$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，若 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{37}$ ，則 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$
- (A) $2\sqrt{11}$ (B) $2\sqrt{15}$ (C) $2\sqrt{19}$ (D) $2\sqrt{23}$
25. 在空間中，設 $\vec{a} = (-3, 6, 8)$ ， $\vec{b} = (0, 3, 4)$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影向量為下列何者？
- (A) (0, 3, 4) (B) (0, 6, 8) (C) (0, -3, -4) (D) (0, -6, -8)

26. 在空間中，已知 $A(1,-2,3)$ ， $B(11,3,-2)$ ， P 在 \overline{AB} 上，且 $2\overline{PA} = 3\overline{PB}$ ，則 P 點坐標為下列何者？
- (A) $(3,-1,2)$ (B) $(5,0,1)$ (C) $(7,1,0)$ (D) $(9,2,-1)$
27. 在空間中，兩平行平面 $E_1: x+2y-2z=1$ 與 $E_2: 2x+4y-4z=5$ 的距離為下列何者？
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$
28. 在空間中，平面 $E: x-3y-2z+5=0$ 與直線 $L: x+1 = \frac{y+6}{3} = \frac{z+7}{2}$ 的關係為下列何者？
- (A) 重合 (B) 互相平行 (C) 互相垂直 (D) 交於一點
29. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ，則 $A^2 - 7A = ?$
- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 5^{n+1}}{4^n + 5^n} =$
- (A) 4 (B) 5 (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列哪些選項中的數是有理數？
- (A) 3.14 (B) $3.\overline{14}$ (C) π (D) $\sqrt{5}$ (E) $\log^3 \sqrt{2} + \log^3 \sqrt{5}$
32. 假設整係數方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 30 = 0$ 有四個相異的正整數根，則下列哪些選項是正確的？
- (A) 四根之和為 30 (B) 四根之積為 30 (C) $a = 11$ (D) $b = 41$ (E) $c = 61$
33. 考慮函數 $f(x) = 2^x$ 與 $g(x) = \log_2 x$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (A) $f(2015) - f(2005) = f(104) - f(94)$ (B) $\frac{f(2015)}{f(2005)} = \frac{f(104)}{f(94)}$
- (C) $g(2015) - g(2005) = g(104) - g(94)$ (D) $\frac{g(2015)}{g(2005)} = \frac{g(104)}{g(94)}$
- (E) 若 P, Q 為 $y = g(x)$ 圖形上相異兩點，則直線 PQ 的斜率必為正數
34. 已知對所有的正整數 n 而言， $(a_{n+1})^2 = \frac{1}{10}(a_n)^2$ ，其中 a_n 皆為正數，再令 $b_n = \log a_n$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (A) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為公差為正數之等差數列

(B) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為公比為正數之等比數列

(C) 數列 $\langle b_n \rangle$ 為公差為負數之等差數列

(D) 數列 $\langle b_n \rangle$ 為公比為負數之等比數列

(E) 數列 $\langle a_n \rangle$ 既不是等差數列，也不是等比數列

35. 設 C_k^n 表示從 n 個相異物中取出 k 個相異物之組合數，則下列哪些選項是正確的？

(A) $C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + \cdots + C_{10}^{10} = 1024$

(B) $C_1^{10} + C_3^{10} + C_5^{10} + C_7^{10} + C_9^{10} = 512$

(C) $C_2^{10} + C_4^{10} + C_6^{10} + C_8^{10} + C_{10}^{10} = 512$

(D) $C_0^{10} - C_1^{10} + C_2^{10} - \cdots + C_{10}^{10} = 0$

(E) $C_2^2 + C_3^3 + C_4^4 + \cdots + C_{10}^{10} = 165$

36. 測量一物件 9 次，得其長(公分)為

4.76、4.73、4.75、4.71、4.78、4.74、4.77、4.76、4.75，

將上述的數據每一個都乘以 100，再減去 470 後得到一組新數據

6、3、5、1、8、4、7、6、5，則下列哪些選項是正確的？

(A) 新數據的算術平均數是 5

(B) 新數據的標準差是 4

(C) 原數據的算術平均數是 4.75

(D) 原數據的標準差是 0.02

(E) 原數據的中位數是 4.75

37. 在平面上，設圓 $C: x^2 - 2x + y^2 - 4y - 20 = 0$ ，直線 $L: 3x - 4y + k = 0$ ，已知圓 C 與直線 L 交於相異兩點，則實數 k 之值可能為下列哪些選項？

(A) -20

(B) -10

(C) 0

(D) 10

(E) 20

38. 在空間中，已知三點 $P(0,4,0)$ ， $Q(6,7,2)$ ， $R(-3,6,6)$ ，則 $\triangle PQR$ 的形狀可為下列哪些選項？

(A) 正三角形

(B) 等腰三角形

(C) 銳角三角形

(D) 直角三角形

(E) 鈍角三角形

39. 已知 A, B 為兩互斥事件，且 $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

(B) $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

(C) $P(A|B) = \frac{1}{3}$

(D) $P(B|A) = \frac{1}{2}$

(E) $P(B|A) = 0$

40. 設 θ 為第三象限角，且 $\cos \theta = \frac{-4}{5}$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $\sin \theta = \frac{3}{5}$

(B) $\tan \theta = \frac{-3}{4}$

(C) $\cot \theta = \frac{4}{3}$

(D) $\sec \theta = \frac{-5}{4}$

(E) $\csc \theta = \frac{5}{3}$