

臺灣警察專科學校專科警員班三十三期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 計算 $(1+3^{-2}) \times (1-\frac{1}{\sqrt[3]{64}}) =$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{10}{13}$ (D) $\frac{15}{2}$ 。

2. 級數 $1 \cdot 3^0 + 3 \cdot 3^1 + 5 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^3 + 9 \cdot 3^4 =$

- (A) $\sum_{n=1}^4 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ (B) $\sum_{n=1}^5 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ (C) $\sum_{n=0}^4 (2n+1) \cdot 3^{n+1}$ (D) $\sum_{n=0}^5 (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ 。

3. 設複數 $z = i^{103} + 5i^{18}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $z =$

- (A) -6 (B) $5+i$ (C) $5-i$ (D) $-5-i$ 。

4. 設 $A(a)$ ， $B(b)$ 是數線上給定的兩點，其中 $a>0$ ， $b>0$ ，若點 $P(x)$ 介於 A ， B 之間，且 $\overline{AP}:\overline{BP} = \frac{1}{b}:\frac{1}{a}$ ，則 $x =$

- (A) $a+b$ (B) $\frac{ab}{2a+2b}$ (C) $\frac{2ab}{a+b}$ (D) $\frac{2a+2b}{ab}$ 。

5. 請問滿足絕對值不等式 $|1-2x| \leq 5$ 的實數 x 所形成的區間，其長度為下列哪一個選項？

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 。

6. 坐標平面上三點 $A(3, -2)$ 、 $B(9, -2)$ 、 $O(0, 0)$ ，直線 $L: 2x-y=4$ 上有一點 P 滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 $\overline{OP} =$

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10 。

7. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_3 \times a_6 = 3$ ，則 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 =$

- (A) 27 (B) 63 (C) 81 (D) 243 。

8. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 10$ ， $\angle ACB = 120^\circ$ ，則 \overline{AB} 長為

- (A) 7 (B) 10 (C) 12 (D) 14 。

9. 有 12 個人，甲、乙是其中二人，自此 12 人中選出 5 人，其中甲、乙二人中恰一人被選上的選法有幾種？

- (A) 330 (B) 420 (C) 540 (D) 660 。

10. 設兩正數 p, q 滿足 $p^2 + 4q^2 = 6$ ，則 $(p+2q)^2$ 的最大值為

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16 。

11. 設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，則 $\log \frac{12}{5} =$

- (A) $2a-b-1$ (B) $2a+b+1$ (C) $3a-b-1$ (D) $3a+b-1$ 。

12. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx, a > 0$ 。若 $f(9) < 0, f(10) > 0$ ，請問下列哪一個函數值最小？
 (A) $f(3)$ (B) $f(4)$ (C) $f(5)$ (D) $f(6)$ 。
13. 袋中有 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，4 號球 4 個。今由袋中任取一球(每球被抽中的機會均等)，若抽得 k 號球可得 k 元，則任意抽取一球的期望值為
 (A) $\frac{8}{3}$ 元 (B) 3 元 (C) $\frac{10}{3}$ 元 (D) $\frac{11}{3}$ 元。
14. 有一圓 C 通過點 $(5, 5)$ ，且與圓 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ 有相同的圓心，則圓 C 的面積為
 (A) 9π (B) 16π (C) 20π (D) 25π 。
15. 將 7 個相同的白球全部分給甲，乙，丙三人，其中甲至少分得一件的方法有幾種？
 (A) 28 (B) 32 (C) 36 (D) 42。
16. 設有 10 筆 (X, Y) 的數據資料 (x_i, y_i) 其中 $i=1, 2, \dots, 10$ ，已知 X 的標準差 $S_X = 3$ ， Y 的標準差 $S_Y = 2$ ，且 X 與 Y 的相關係數 $r = 0.6$ ，則 Y 對 X 的迴歸直線斜率為
 (A) 0.3 (B) 0.4 (C) 0.5 (D) 0.6。
17. 坐標空間中，一平面 E 包含點 $P(1, 2, 3)$ 與 x 軸，若點 $(7, 6, \beta)$ 在 E 上，則 $\beta =$
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12。
18. 滿足不等式 $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + x - 4) < 0$ 的整數解有幾個？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
19. 擲一枚均勻的硬幣四次，則至少出現三次正面的機率為
 (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{6}{16}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{8}{16}$ 。
20. 給定一正三角形 ABC ，若向量內積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{9}{2}$ ，則三角形 ABC 的周長為
 (A) 6 (B) $6\sqrt{3}$ (C) 9 (D) $9\sqrt{3}$ 。
21. 設 $(1+x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ ，則 $a_1 + a_3 + a_5 =$
 (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 64。
22. 拋物線 $y^2 - 4x - 2y - 7 = 0$ 的焦點坐標為
 (A) $(-1, 1)$ (B) $(-2, 1)$ (C) $(2, 1)$ (D) $(-2, 2)$ 。
23. 設 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式 $\sin x = -\frac{1}{5}$ 的所有實根的和為
 (A) 2π (B) 3π (C) 4π (D) 5π 。
24. 設 A, B 為樣本空間 S 中的兩事件，若 A, B 是獨立事件且 $P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，則 $P(B) =$
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} [(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n}] =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

26. 已知坐標平面上四點 $A(0, 0)$ 、 $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$ 、 $D(5x_1 - 3x_2, 5y_1 - 3y_2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 7，則 $\triangle ABD$ 的面積為

- (A) 14 (B) 21 (C) 27 (D) 35

27. 若 $\sqrt{1-x^2} = x+k$ 恰有兩個相異實根，則實數 k 之範圍為

- (A) $1 \leq k \leq \sqrt{2}$ (B) $1 \leq k < \sqrt{2}$ (C) $-1 \leq k \leq \sqrt{2}$ (D) $-1 \leq k < \sqrt{2}$

28. 設 a, b 為實數，若方程式 $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + ax + b = 0$ 有一虛根 $1 + \sqrt{2}i$ ，則 $a + b =$

- (A) -10 (B) -12 (C) -14 (D) -16

29. 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上任一點 P ，到直線 $L: x - 2y + 15 = 0$ 的距離之最小值為

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $3\sqrt{5}$ (D) $4\sqrt{5}$

30. 設 \vec{AB} ， \vec{AC} ， \vec{AD} 為坐標空間中三向量，並以 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 表示 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的外積。若 $\vec{AB} = (2, 1, -1)$ ， $\vec{AC} = (-1, 1, 3)$ ，且 \vec{AD} 在 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 上之正射影向量為 $(-12, 15, -9)$ ，則由 \vec{AB} ， \vec{AC} ， \vec{AD} 為相鄰三邊所展成的平行六面體體積為

- (A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 坐標平面上，一直線 L 的 x 截距為 2， y 截距為 -3，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點 $(4, 3)$ 在 L 上 (B) L 的圖形不經過第二象限 (C) 直線 L 的斜率為 $-\frac{3}{2}$
 (D) L 與直線 $3x + 2y = 0$ 垂直 (E) 向量 $(3, -2)$ 為 L 的一個法向量

32. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $(3I - A)$ 的乘法反方陣為 $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $a < 0$ (B) $a = 2b$ (C) $b = d - c$ (D) $a + c = b + d$ (E) $a + b = c + d$

33. 若 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，且 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ (B) $\tan \theta = \frac{4}{3}$ (C) $\cos(270^\circ + \theta) = \frac{4}{5}$
 (D) $\sin(180^\circ + \theta) = -\frac{4}{5}$ (E) $\sin 2\theta = -\frac{12}{25}$

34. 已知 $P(2, 3, -4)$ 是坐標空間上的一點，則下列哪些選項是正確的？

- (A) P 到 xy 平面的距離為 4
(B) P 到 x 軸之距離為 5
(C) P 到原點距離為 $\sqrt{29}$
(D) P 在 yz 平面的正射影點為 $(0, 3, -4)$
(E) P 對於 x 軸的對稱點為 $(-2, 3, -4)$ 。

35. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{若 } x \geq 1 \\ 2x + 3, & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $f(0) = 3$ (B) $f(1) = 5$ (C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (E) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ 。

36. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\angle ACB$ 的角平分線 \overline{CD} 交 \overline{AB} 於 D ， I 為 $\triangle ABC$ 之內心，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 7$ (B) $\overline{AD} = \frac{5}{2}$ (C) $\overline{CI} : \overline{ID} = 2 : 1$
(D) $\overrightarrow{CD} = 7\overrightarrow{CA} + 5\overrightarrow{CB}$ (E) $\overrightarrow{AI} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ 。

37. 已知空間中二點 $A(1, 2, 3)$ ， $B(4, 5, 6)$ ，平面 $E: x - y + z = 1$ ，直線 AB 交 E 於 P ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點 $(7, 8, 9)$ 在直線 AB 上 (B) 點 A 與 E 的距離為 $\frac{1}{3}$
(C) 線段 \overline{AB} 的垂直平分面方程式為 $x + y + z = 21$ (D) $\overline{PA} : \overline{PB} = 1 : 4$
(E) P 點坐標為 $(0, 1, 2)$ 。

38. 設複數 $z = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $z^3 = 1$ (B) $\frac{1}{z} = \cos 60^\circ - i \sin 60^\circ$ (C) $|z^4| = 1$ (D) $z^5 = z^{11}$ (E) $|z - z^2| = 1$ 。

39. 有甲、乙兩個袋子，甲袋內有大小相同的黑球 1 個和白球 3 個，乙袋內有大小相同的黑球 2 個和白球 4 個。現從甲、乙兩個袋內各任取 1 個球(每個球被取到的機會均等)。設隨機變數 X 為取出的 2 個球中黑球的個數。則下列哪些選項是正確的？

- (A) $P(X=0) = \frac{1}{2}$ (B) $P(X=1) = \frac{5}{12}$ (C) $P(X=2) = \frac{1}{24}$
(D) X 的期望值為 $\frac{1}{3}$ (E) X 的標準差為 $\frac{\sqrt{59}}{12}$ 。

40. 關於雙曲線 $\Gamma: x^2 - y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ 之敘述，下列哪些選項是正確的？

- (A) Γ 的貫軸在直線 $y = 1$ 上 (B) Γ 的兩條漸近線互相垂直
(C) $x + y = 2$ 為 Γ 的一條漸近線 (D) 共軛軸長為 3
(E) $(\sqrt{6} + 1, 1)$ 為 Γ 的一個焦點。