

臺灣警察專科學校專科警員班三十三期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 a, b 均為實數且滿足 $\sqrt{2a+b-4}+(3a-b-1)^2=0$ ，則 $a+b=$
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
2. $\sqrt{9+2\sqrt{20}}$ 最接近哪一個正整數？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
3. 將 $y=2x^2+4x+1$ 的圖形向左平移 2 個單位，再往上平移 3 個單位，得到函數 $y=f(x)$ 的圖形，則 $f(-2)=$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
4. 若 a 為實數且 $i=\sqrt{-1}$ ，已知方程式 $x^3+x^2+(i-1)x+a+i=0$ 有實數解，則 $a=$
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3。
5. 化簡 $(3-\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}}(3+\sqrt{5})^{\frac{-3}{2}}$ 之值為
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 8。
6. 設 $a>0$ ，且 $a+a^{-1}=4$ ，則 $a^2+a^{-2}=$
(A) 8 (B) 14 (C) 16 (D) 18。
7. 已知 n 為正整數且 2^n 為 100 位數，若 $\log 2=0.3010$ ，則 n 可能之值為
(A) 320 (B) 330 (C) 340 (D) 350。
8. 已知 $C_0^1+C_1^2+C_2^3+C_3^4+\cdots+C_{n-1}^n=45$ ，則正整數 n 之值為
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。
9. 袋內有 3 個相同白球、4 個相同黑球、5 個相同紅球(共 12 個球)，每次取一球不放回，依序取 4 次，則恰取 2 次紅球的機率為
(A) $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}$ (B) $\frac{C_2^5 C_2^7}{12\times 11\times 10\times 9}$ (C) $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}\times\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}$ (D) $C_2^4\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}\times\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}$ 。
10. 已知 n 個數據 x_1, x_2, \dots, x_n 的算術平均數為 25、中位數為 24、全距為 23、標準差為 12。若 $y_i=-2x_i+5$ ，其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。設 y_1, y_2, \dots, y_n 的算術平均數為 a 、中位數為 b 、全距為 c 、標準差為 d ，請選出正確的選項。
(A) $a=-50$ (B) $b=-48$ (C) $c=-41$ (D) $d=24$ 。
11. 已知有兩個等差數列的第 n 項之比為 $(2n-3):(5n+3)$ ，則此兩數列的前 11 項和之比為
(A) 2:5 (B) 3:11 (C) 11:38 (D) 19:58。
12. 化簡 $\sum_{k=1}^{10}(2k-1)^2$ 之值為
(A) 1330 (B) 2100 (C) 2470 (D) 2485。
13. 已知 $\tan\theta=-\frac{12}{5}$ ，請選出正確的選項。
(A) $\sin\theta=\frac{12}{13}$ (B) $\sin\theta=-\frac{12}{13}$ (C) $\cos\theta=\frac{12}{13}$ (D) $\sin 2\theta=\frac{120}{169}$ 。

14. 設多項式 $f(x) = (2x^2 - 1)^4$ ，則 $f(x)$ 除以 $x - \cos 15^\circ$ 的餘式為
- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{3}{15}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (D) $\frac{9}{16}$ 。
15. 在三角形 ABC 中，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，則 \overline{BC} 的長度為
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。
16. 在邊長為 1 的正三角形 ABC 中， $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ 之值為
- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
17. 已知兩非零向量 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 。若兩向量 $r\vec{a} + 6\vec{b}$ 與 $2\vec{a} - \vec{b}$ 亦垂直，則實數 r 之值為
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6。
18. 已知 (a, b) 為圓 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 上的點，則 $\sqrt{(a-4)^2 + (b-5)^2}$ 的最大值為
- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9。
19. 已知圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 與直線 $L: 3x - 4y = k$ 相切，則實數 $k =$
- (A) ± 1 (B) ± 5 (C) ± 7 (D) ± 10 。
20. 已知空間中三點坐標分別為 $A(-1, 0, 3)$ ， $B(-4, 2, -3)$ ， $C(1, -6, 0)$ ，則三角形 ABC 的形狀為
- (A) 等腰銳角三角形 (B) 等腰鈍角三角形 (C) 等腰直角三角形 (D) 正三角形。
21. 在空間中，已知 $\vec{a} = (2, -4, 5)$ ， $\vec{b} = (4, -2, 4)$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長為
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
22. 空間中兩平面 $E_1: x - 2y + z = 3$ 和 $E_2: x + y - 2z = 3$ 的夾角為
- (A) 30° 與 150° (B) 45° 與 135° (C) 60° 與 120° (D) 90° 。
23. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{3}$ 與 $L_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-7}{2}$ 的關係為
- (A) 重合 (B) 平行 (C) 恰交於一點 (D) 歪斜。
24. 若 A 、 B 、 C 均為二階方陣， I 為二階單位方陣， O 為二階零方陣，請選出正確的選項。
- (A) $(A+I)(A-I) = A^2 - I$ (B) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (C) 若 $AB = AC$ ，則 $B = C$
(D) 若 $AB = O$ ，則 $A = O$ 或 $B = O$ 。
25. 已知 a, b, c, d 均為實數，且二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d =$
- (A) -3 (B) 3 (C) 21 (D) 27。
26. 一箱子中有 9 個燈泡，已知當中只有 1 個是壞的，其餘都是好的。今從此箱子中任取 3 個燈泡測試，則取出的燈泡中，壞燈泡個數的期望值為
- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。
27. 投擲一個公正的硬幣 10 次，若恰好在第 10 次出現第 3 次正面的機率為 $\frac{x}{1024}$ ，則 $x =$
- (A) 36 (B) 45 (C) 84 (D) 120。

28. 投擲兩個公正的硬幣 96 次，隨機變數 X 表示兩個硬幣都出現正面的次數，則 X 的標準差為
 (A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{6}$ 。
29. 有一個研究想要了解參與某活動的滿意度，在抽樣調查後發現：在 95% 的信心水準之下，滿意度的信賴區間為 $[0.45, 0.55]$ ，則此研究共調查幾個樣本？
 (A) 100 (B) 400 (C) 1000 (D) 2500。
30. 某次數學競賽共 1000 人參加，已知該競賽全體成績平均 60 分、標準差 10 分，且成績呈常態分布。若甲生於該競賽獲得 80 分，則甲生於此次競賽的名次最接近第幾名？
 (A) 2 (B) 25 (C) 100 (D) 160。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 a, b 均為實數，且二次函數 $f(x) = a(x-1)^2 + b$ 滿足 $f(3) > 0$ 、 $f(4) < 0$ ，請選出正確的選項。
 (A) $a < 0$ (B) $b < 0$ (C) $f(0) > 0$ (D) $f(-1) > 0$ (E) $f(-2) > 0$ 。
32. 在坐標平面上，已知 $y = f(x)$ 的三次多項式函數通過 $(-1, 0), (0, -2), (2, 0), (3, 40)$ ，則下列哪些選項為多項式 $f(x)$ 的因式？
 (A) $x+1$ (B) $x-1$ (C) $x+2$ (D) $x-2$ (E) $3x+1$ 。
33. 請選出正確的選項：
 (A) $\log_6(7+8) = (\log_6 7) \times (\log_6 8)$ (B) $\log_6 \frac{7}{8} = \log_6 7 - \log_6 8$ (C) $\log_6 7 + \log_{6^{-1}} 7^{-1} = 0$
 (D) $\log_6 7 = \log_{36} 49$ (E) $6^{\log_7 8} = 8^{\log_7 6}$ 。
34. 從 3 位女生與 4 位男生中(共 7 位)選出 5 人，並規定選出的人當中女生至少要 2 位，則選法有幾種？
 (A) $C_2^3 C_3^5$ (B) $C_2^3 C_3^4 + C_3^3 C_2^4$ (C) $C_5^7 - C_1^3 C_4^4$ (D) $C_2^7 C_3^5$ (E) $P_2^3 P_3^4 + P_3^3 P_2^4$ 。
35. 設 A, B 為樣本空間 S 中的兩事件，且 $P(A) = \frac{3}{4}$ 、 $P(B) = \frac{3}{8}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$ ，請選出正確的選項。
 (A) $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ (B) $P(B|A) = \frac{1}{3}$ (C) $P(A|B) = \frac{1}{3}$ (D) A 與 B 為互斥事件 (E) A 與 B 為獨立事件。
36. 已知有十位同學在某次段考的數學科成績(X)與自然科成績(Y)之結果如下表所示：
- | | | | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 座號 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 數學科成績(X) | 70 | 80 | 90 | 80 | 70 | 80 | 60 | 40 | 80 | 70 |
| 自然科成績(Y) | 65 | 74 | 83 | 74 | 65 | 74 | 56 | 38 | 74 | 65 |
- 關於這十位同學於此次段考的數學科成績(X)與自然科成績(Y)，請選出正確的選項。
 (A) $Y = \frac{9}{10}X + 2$ (B) Y 之平均數 $= \frac{9}{10} \times (X$ 之平均數) $+ 2$ (C) Y 之中位數 $= \frac{9}{10} \times (X$ 之中位數) $+ 2$
 (D) X 的標準差與 Y 的標準差相同 (E) X 與 Y 的相關係數為 1。
37. 設 $\langle a_n \rangle$ 為每一項均為實數的等差數列， S_n 為此數列的前 n 項之和，已知 $S_{2014} = 0$ 且 $a_{103} = 103$ ，請選出正確的選項。
 (A) $a_1 = 1$ (B) $a_{1007} = 0$ (C) $a_2 + a_{2013} = 0$ (D) $a_{1912} = -103$
 (E) $a_{103} + a_{104} + \dots + a_{1913} > 0$ 。

38. 在坐標平面中，已知方程式 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - k^2 - k + 11 = 0$ 的圖形為一圓，則實數 k 可能的值為
(A) -5 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 5 。

39. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次聯立方程式恰有一組解？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

40. 投擲一個公正的硬幣 3 次，A 表示至少有一次正面的事件，B 表示第二次是正面的事件，C 表示三次為同一面的事件，請選出正確的選項。

(A) $P(A) = \frac{7}{8}$ (B) $P(C) = \frac{1}{4}$ (C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ (D) A 與 B 為獨立事件
(E) B 與 C 為獨立事件 。