

臺灣警察專科學校專科警員班三十二期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

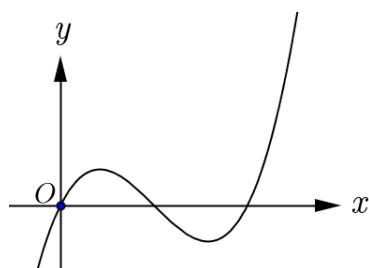
壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- $\sum_{k=1}^5 (2k-1) =$   
(A) 20 (B) 25 (C) 27 (D) 29。
- 若  $\log_{10} x = \frac{1}{3}$ ，則  $\log_{10}(1000x) =$   
(A)  $\frac{1000}{3}$  (B) 1 (C)  $\frac{4}{3}$  (D)  $\frac{10}{3}$ 。
- 若多項式  $2x^3 - 5x^2 - 8x + 6 = (2x+3)(x^2 + kx + 2)$ ，則實數  $k$  之值為  
(A) -2 (B) -3 (C) -4 (D) -5。
- 多項式  $x^{1025} + 19$  除以  $x + 1$  的餘式為  
(A) 18 (B) 20 (C) 23 (D) 24。
- 若複數  $\frac{1-i}{2+i} = a + bi$ ，其中  $a, b$  實數， $i = \sqrt{-1}$ ，則數對  $(a, b) =$   
(A)  $(\frac{1}{3}, -1)$  (B)  $(1, -\frac{1}{3})$  (C)  $(\frac{1}{5}, -\frac{3}{5})$  (D)  $(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$ 。
- 設  $A, B$  為樣本空間  $S$  中之二獨立事件，已知  $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ，則  $P(B) =$   
(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$ 。
- 若二階行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 10$ ，則  $\begin{vmatrix} 3a+5b & a+2b \\ 3c+5d & c+2d \end{vmatrix} =$   
(A) 10 (B) -10 (C) 20 (D) -20。
- 若直線  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$  和平面  $x+y+z=6$  相交於點  $(a, b, c)$ ，則  $a+b+c$  之值等於  
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。
- 若一數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項和  $S_n = \frac{n}{n+1}$ ，則此數列的第 10 項  $a_{10}$  之值為  
(A)  $\frac{10}{11}$  (B)  $\frac{1}{10}$  (C)  $\frac{1}{110}$  (D)  $\frac{11}{100}$ 。
- 設  $k$  為實數，若二次函數  $f(x) = x^2 - 6x + k$ ，在  $0 \leq x \leq 4$  時，有最大值 102，則  $k$  之值為  
(A) 101 (B) 102 (C) 110 (D) 111。
- 若二階方陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & k \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ，滿足  $AB = BA$ ，則實數  $k =$   
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。

12. 設  $n = 11^{15}$ ，則  $n$  除以 100 的餘數為  
 (A) 1 (B) 11 (C) 26 (D) 51。
13. 以  $O(-3, 4)$  為圓心，且與  $y$  軸相切之圓方程式為  
 (A)  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$  (B)  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$   
 (C)  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$  (D)  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$ 。
14. 坐標平面上二直線  $L_1: -x + 3y = 1$ ,  $L_2: 2x - y = 4$  的銳夾角度數為  
 (A)  $15^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $60^\circ$ 。
15. 已知  $x, y$  均為正實數，若  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ ，則  $x + 4y$  的最小值為  
 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6。
16. 設  $G$  是三角形  $ABC$  的重心，若  $\vec{GC} = p\vec{AB} + q\vec{AC}$ ，則數對  $(p, q) =$   
 (A)  $(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$  (B)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (C)  $(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$  (D)  $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ 。
17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+8}-3} =$   
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
18.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^{n+1}}{4^n + 5^n} =$   
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
19. 若  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式  $\sin x = \cos x$  的實根個數為  
 (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個。
20. 投擲一顆公正的骰子三次，令  $x_i$  表示第  $i$  次所擲出的點數，則  $x_1 < x_2 < x_3$  的機率為  
 (A)  $\frac{5}{9}$  (B)  $\frac{7}{27}$  (C)  $\frac{17}{36}$  (D)  $\frac{5}{54}$ 。
21. 投擲三個均勻的硬幣一次，若出現三個正面得 8 元，二個正面得 3 元，一個正面得 1 元，為使賭局公平，出現三個反面應賠多少元？  
 (A) 12 元 (B) 14 元 (C) 18 元 (D) 20 元。
22. 若拋物線的頂點在原點，對稱軸為  $y$  軸，焦點在直線  $4x - y = 2$  上，則拋物線之方程式為  
 (A)  $x^2 = -8y$  (B)  $x^2 = 8y$  (C)  $y = -8x^2$  (D)  $y = 8x^2$ 。
23. 若函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  的圖形如下圖所示，則下列哪一個選項是正確的？



- (A)  $a > 0, b < 0, c > 0$  (B)  $a < 0, b < 0, c > 0$  (C)  $a > 0, b > 0, c > 0$  (D)  $a < 0, b < 0, c < 0$ 。
24. 空間中三向量  $\vec{a} = (-2, 0, 0)$ ,  $\vec{b} = (-1, 0, 2)$ ,  $\vec{c} = (-1, 3, 2)$  所展成之平行六面體的體積為  
 (A) 3 (B) 6 (C) 12 (D) 18。
25. 設  $x$  為實數，向量  $\vec{a} = (5, 4)$ ,  $\vec{b} = (\cos x, 3\sin x)$ ，則  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  之最大值為  
 (A)  $\frac{10}{3}$  (B)  $\frac{22}{7}$  (C) 13 (D) 20。

26. 設  $n$  為自然數，等比數列  $\langle a_n \rangle$  的首項  $a_1 = 2$ ，前  $n$  項和為  $S_n$ 。若  $\frac{S_6}{S_3} = \frac{7}{8}$ ，則此數列第 6 項  $a_6 =$

- (A)  $\frac{1}{16}$                       (B)  $-\frac{1}{16}$                       (C)  $\frac{1}{32}$                       (D)  $-\frac{1}{32}$ 。

27. 長方形  $ABCD$  中，對角線  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $E$  點，若  $\overline{AB} = 6$ ， $\cos \angle AEB = \frac{7}{25}$ ，則  $\overline{AD} =$

- (A) 7                      (B) 8                      (C) 14                      (D) 25。

28. 設  $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ， $Q(\cos \beta, \sin \beta)$  為坐標平面上的二點，若  $\alpha - \beta = \frac{3}{4}\pi$ ，則  $P$  與  $Q$  之距離為

- (A)  $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$                       (B)  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$                       (C)  $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$                       (D)  $\sqrt{3 + \sqrt{2}}$ 。

29. 設  $\omega = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ ，請問下列哪一個選項是正確的？

- (A)  $\omega \cdot (\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}) < 0$                       (B)  $\omega \cdot (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) < 0$   
 (C)  $\omega \cdot (\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}) < 0$                       (D)  $\omega \cdot (\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}) < 0$ 。

30. 已知  $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則滿足不等式  $(\frac{3}{2})^n > 10000$  的最小正整數  $n$  之值為

- (A) 20                      (B) 21                      (C) 22                      (D) 23。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設  $x, y$  為實數，若  $x > y$ ，則下列哪些選項一定正確？

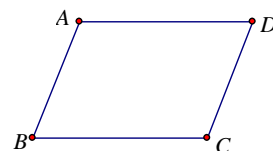
- (A)  $x^2 > y^2$                       (B)  $x^3 > y^3$                       (C)  $x > \frac{x+y}{2} > y$                       (D)  $2^x > 2^y$                       (E)  $\sin x > \sin y$ 。

32. 設  $a, b, c, d, e$  均為實數，若三次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$  的三根分別為  $c + 2i$ ， $1 + di$ ， $e$ ，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A)  $a = 0$                       (B)  $b = 2$                       (C)  $c = 1$                       (D)  $d = 2$                       (E)  $e = -2$ 。

33. 若  $ABCD$  為平行四邊形，則下列哪些選項恆成立？

- (A)  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$                       (B)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$                       (C)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$   
 (D)  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$                       (E)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$ 。



34. 已知坐標空間三點  $A(2, 0, 2)$ ， $B(-1, 3, 1)$ ， $C(1, 2, 3)$ ，請問下列哪些選項是正確的？

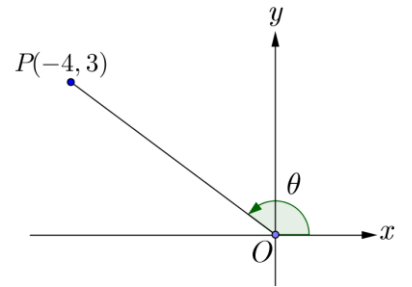
- (A)  $\overrightarrow{AB} = (-3, 3, -1)$                       (B)  $|\overrightarrow{AC}| = 2$                       (C)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$   
 (D)  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (5, 4, 3)$                       (E)  $\triangle ABC$  面積 =  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 。

35. 已知空間坐標中兩點  $A(1, -1, 1)$ ， $B(2, 1, -1)$ ，若直線  $AB$  與平面  $E$  垂直， $B$  為其垂足，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點  $(6, 0, 0)$  在  $E$  上                      (B) 點  $(0, 0, 0)$  在直線  $AB$  上  
 (C) 向量  $(-1, -2, 2)$  為  $E$  上的一個方向向量  
 (D) 原點到  $E$  的距離為 2                      (E) 平面  $2x + z = 0$  與  $E$  垂直。

36. 如右下圖所示，坐標平面上， $P(-4, 3)$  為標準位置角  $\theta$  之終邊上一點， $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，請問下列哪些選項是正確的？

- (A)  $\sin \theta = \frac{3}{5}$                       (B)  $\cos \theta = -\frac{4}{5}$                       (C)  $\tan(180^\circ + \theta) = -\frac{3}{4}$   
 (D)  $\sin 2\theta = -\frac{12}{25}$                       (E)  $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ 。



37. 有 5 個數據資料  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ ，若  $\sum_{k=1}^5 x_k = 50$ ， $\sum_{k=1}^5 x_k^2 = 625$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A)  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的算術平均數為 10  
 (B)  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的標準差為 6  
 (C)  $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, 3x_4 - 1, 3x_5 - 1$  的算術平均數為 25  
 (D)  $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, 3x_4 - 1, 3x_5 - 1$  的標準差為 15  
 (E)  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  中，若  $x_1 = 12$ ，則  $x_1$  的標準化數據為  $\frac{2}{5}$ 。

[標準差公式  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ ，其中  $\bar{x}$  為算術平均數]

38. 下列哪些不等式的解為  $-2 < x < 3$ ？

- (A)  $x^2 - 5x - 6 < 0$                       (B)  $(x-3)^2(x+2) < 0$                       (C)  $x^2(x-3)(x+2) < 0$   
 (D)  $(x^2+1)(x-3)(x+2) < 0$                       (E)  $\frac{x+2}{x-3} < 0$ 。

39. 已知雙曲線  $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A)  $3x \pm 2y = 0$  為  $\Gamma$  的兩條漸近線  $3x \pm 2y = 0$                       (B)  $(2, 0)$ 、 $(-2, 0)$  為  $\Gamma$  的兩個頂點  
 (C)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  為  $\Gamma$  的共軛雙曲線                      (D) 過點  $(0, 0)$  可做 2 條  $\Gamma$  的切線  
 (E) 過點  $(2, 3)$  可做 1 條  $\Gamma$  的切線。

40. 已知五個二階方陣  $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ ， $T = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ，請問坐標平面上

給定一三角形，它的面積在下列哪些方陣的變換下保持不變？

- (A)  $P$                       (B)  $Q$                       (C)  $R$                       (D)  $S$                       (E)  $T$ 。