

臺灣警察專科學校專科警員班三十二期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且 $a_7 = 1$ ，則 $\sum_{k=1}^{13} a_k =$
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 。
2. 化簡 $2 \times 7^4 - 13 \times 7^3 + 7^2 - 54 \times 7 - 16 =$
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 。
3. 投擲兩個公正的六面骰子，則出現點數和為 9 的機率為
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{18}$ 。
4. 已知 $a, -6, 12, \dots, -384$ 是一個等比數列(首項為 a)，則此數列共有幾項？
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 。
5. 已知 $\log 5 = 0.6990$ ，將 5^{32} 展開後可得到 n 位數，則 $n =$
(A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 。
6. 已知整係數多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 9$ 可分解成四個相異整係數一次因式的乘積，則 $a =$
(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) 3 。
7. 四封不同的信，投入 A, B, C, D, E 五個不同的郵筒中，且每個郵筒最多一封，則有幾種投法？
(A) $4!$ (B) $5!$ (C) 5^4 (D) 4^5 。
8. 請選出正確敘述的選項：
(A) $\log 21 = (\log 3)(\log 7)$ (B) $3^{10} = 3^1 + 3^9$ (C) $\log_2(3^2) = (\log_2 3)^2$ (D) $\log_3 2 = \log_9 4$ 。
9. 在 xy 平面上，點 $(\cos 2013^\circ, \sin 2013^\circ)$ 位於哪一個象限？
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限 。
10. 方程式 $x - 2013 + \log_2 x = 0$ 有 n 個實數解，則 $n =$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 。
11. 滿足不等式 $\log_3(x-1) < 1$ 之整數 x 值共有幾個？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 。
12. 已知在 1 至 1000 的正整數中，有 n 個數是 6 的倍數但不是 5 的倍數，則 $n =$
(A) 33 (B) 133 (C) 166 (D) 199 。
13. 在 xy 坐標平面上，若 $A(\cos 13^\circ, \sin 13^\circ)$ 、 $B(\cos 73^\circ, \sin 73^\circ)$ ，則 \overline{AB} 的長為
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1 。
14. 已知袋中有 7 個白球、 n 個黑球。若從袋中一次取出兩個球同為白球的機率是 $\frac{7}{22}$ ，則 $n =$
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 。

15. 根據長期統計數據，6月份某地區的平均氣溫是攝氏25度，標準差是攝氏3.5度。已知當攝氏溫度為 x 度時，華氏溫度為 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 度。若該月份該地區的平均氣溫是華氏 a 度，標準差是華氏 b 度。則 $a + b =$
- (A) 51.3 (B) 77 (C) 83.3 (D) 115.3。
16. 已知在空間中的四點 $(0,0,0)$ 、 $(k,-4,7)$ 、 $(-1,1,-3)$ 、 $(3,-3,4)$ 共平面，則實數 $k =$
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
17. 若 x, y 均為實數，且滿足條件： $4x + 3y \geq 0, 2x - y \leq 0, x + 2y \leq 5$ ，則下列敘述何者錯誤？
- (A) $4x + 3y$ 的最小值為0 (B) $4x + 3y$ 的最大值為10 (C) $3x + y$ 的最小值為0 (D) $3x + y$ 的最大值為5。
18. 已知 $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，且 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，則 $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) =$
- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (D) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ 。
19. 化簡無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$ 之值，可得下列哪個選項？
- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) 不存在。
20. 有一組數據 X 進行標準化後，得到新數據 X' ，則下列選項何者錯誤？
- (A) X' 的平均數為0 (B) X' 的標準差為1 (C) X' 的變異數為1 (D) X' 的全距為1。
21. 將矩陣 $\begin{pmatrix} a & 1 & 3 & 6 \\ 1 & b & 2 & 3 \\ 3 & 1 & c & 8 \end{pmatrix}$ 進行數次的列運算後，得到矩陣 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ，則 $a + b + c =$
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。
22. 已知 $a = \frac{2012+2013}{2}$ ， $b = \frac{\log 2012 + \log 2013}{2}$ ， $c = \log\left(\frac{2012+2013}{2}\right)$ ，則下列選項何者正確？
- (A) $a > b > c$ (B) $c > a > b$ (C) $a > c > b$ (D) $c > b > a$ 。
23. 甲、乙兩人打靶，根據以前的統計資料顯示，甲、乙兩人命中率分別為 $\frac{3}{4}$ 與 $\frac{4}{5}$ 。若兩人的打靶互不影響，且每人對同一靶面各射擊一發，則此靶面恰中一發的機率為：
- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{1}{20}$ (D) $\frac{7}{20}$ 。
24. 有三個村莊兩兩相距3、5、7公里，已知有一口井到三村莊等距，則此井到其中一個村莊的距離為幾公里？
- (A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ 。
25. 已知 a 為整數，且 $y = x^2 - (a+1)x + (a+1)$ 的圖形恆在 x 軸的上方，則 a 有幾個整數解？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
26. 已知正三角形 ABC 之邊長為2，且重心為 G ，則 $\vec{AG} \cdot \vec{AB} =$
- (A) 2 (B) 1 (C) -2 (D) -1。
27. 在 xy 坐標平面上， $y = \sin x$ 與 $y = \frac{x}{3\pi}$ 的圖形有幾個相異的交點？
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

28. 若 $\vec{u} = (a, -4, 3+c)$ 、 $\vec{v} = (b, -2, 1)$ 、 $\vec{w} = (1, 4c, -a)$ ，且 \vec{u} 與 \vec{v} 平行， \vec{u} 與 \vec{w} 垂直，則 $b =$
 (A) 8 (B) 16 (C) -1 (D) -2。
29. 在 xy 坐標平面中，點 $P(-2, 2)$ 到圓 $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ 的切線長為
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。
30. 已知 a, b 均為實數，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 + n + 2}{3n^2 + 4n + 1} = 2$ ，則數對 (a, b) 為
 (A) (0, 6) (B) (0, 0) (C) (6, 0) (D) (6, 6)。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 在 xy 坐標平面上，直線 $L: \begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -4t - 1 \end{cases}, t \in R$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 點 $(-5, 3)$ 在直線 L 上 (B) 直線 L 的法向量為 $(3, -4)$
 (C) 直線 L 的方向向量為 $(3, -4)$ (D) 直線 L 的斜率為 $\frac{4}{3}$
 (E) L 的直線方程是可以表示成 $3x - 4y + 2 = 0$ 。

32. 已知 $f(x) = 2013^x$ 、 $g(x) = \log_{2013} x$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $f(g(2013)) = 1$ (B) $g(f(2013)) = 2013$
 (C) $\frac{f(2013)}{f(2000)} = \frac{f(14)}{f(1)}$ (D) $g(2013) - g(2000) = g(15) - g(2)$
 (E) 在 xy 平面中， $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的圖形對稱於 $y = x$ 的直線。

33. 若 A 、 B 均為二階轉移矩陣， I 為二階單位矩陣，則下列哪些選項是正確的？

- (A) A 必有反方陣 (B) $A+B$ 必為轉移矩陣
 (C) AB 必為轉移矩陣 (D) A^2 必為轉移矩陣
 (E) $\det(2A) = 4 \det A$ 。

34. 某地區有甲、乙、丙三家電信業者，據調查顯示：

甲業者每年保留 $\frac{3}{5}$ 的顧客，而轉向乙業者與丙業者的使用戶，分別占 $\frac{1}{5}$ 與 $\frac{1}{5}$ ；

乙業者每年保留 $\frac{3}{5}$ 的顧客，而轉向甲業者與丙業者的使用戶，分別占 $\frac{1}{5}$ 與 $\frac{1}{5}$ ；

丙業者每年保留 $\frac{3}{5}$ 的顧客，而轉向甲業者與乙業者的使用戶，分別占 $\frac{1}{5}$ 與 $\frac{1}{5}$ ；

已知最後電信市場會趨於穩定，則達穩定狀態時，甲、乙、丙三家電信業者的佔有率分別為 a 、 b 、 c 。則下列哪些選項是正確的？

- (A) 轉移矩陣為 $\begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$ (B) $a = \frac{1}{6}$ (C) $b = \frac{1}{3}$ (D) $c = \frac{1}{4}$
 (E) $a = b = c$ 。

35. 若 $N = \sum_{k=1}^{19} k^3$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A) N 是完全平方數

(B) $N = \left(\sum_{k=1}^{19} k \right)^2$

(C) N 是 3 的倍數

(D) N 是 19 的倍數

(E) N 是 5 位數。

36. 已知兩筆數據 X 與 Y 的相關係數為 r ， Y 對 X 的回歸直線(最佳直線)的斜率為 m 。若 $X' = 5X + 2$ 、 $Y' = 3Y - 1$ ，且 X' 與 Y' 的相關係數 r' ， Y' 對 X' 的回歸直線(最佳直線)的斜率為 m' ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $-1 \leq r \leq 1$

(B) $-1 \leq m' \leq 1$

(C) $r = r'$

(D) $m = m'$

(E) $m = \frac{3}{5}m'$ 。

37. 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為實係數三次多項式，則下列選項何者正確？

(A) 若 $8a + 4b + 2c + d = 0$ ，則 $x - 2$ 為 $f(x)$ 的因式

(B) 若 $f(1+i) = 0$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點

(C) 若 $f(2+3i) = 4+5i$ ，則 $f(2-3i) = 4-5i$

(D) 若方程式 $f(x) = 0$ 在 1,2 之間有實數解，則 $f(1)f(2) < 0$

(E) 方程式 $f(x) = 0$ 必有實數解。

38. 某校高三有學生 1000 人，第一次段考全校平均 52 分，樣本標準差為 8 分。已知成績呈現常態分布，則下列敘述何者正確？(已知在常態分布的資料中， \bar{x} 為平均數， s 為標準差，則區間 $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ 內約有 68% 個資料，區間 $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ 內約有 95% 個資料，區間 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 內約有 99.7% 個資料)

(A) 全校不及格(低於 60 分)的人數約有人 840 人

(B) 若甲生考 68 分，大概在全校排前 25 名

(C) 若乙生考 80 分，大概在全校排前 3 名

(D) 全校排名約 840 名的成績大概是 44 分

(E) 全校排名約 160 名的成績大概是 60 分。

39. 設實係數多項式 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ ，已知對任意實數 t ， $f(2+t) = f(2-t)$ 恆成立，則下列選項何者正確？

(A) $x = 2$ 是曲線 $y = f(x)$ 的對稱軸

(B) $f(1) > f(5)$

(C) $f(-1) = f(5)$

(D) $a = -8$

(E) $f(x)$ 的最小值為 $f(2)$ 。

40. 連續投擲一個公正六面骰子 12 次，若隨機變數 X 表示出現點數為 6 的次數，則下列選項何者正確？

(A) X 的期望值為 1

(B) X 的期望值為 2

(C) X 的變異數為 $\frac{5}{3}$

(D) X 的變異數為 6

(E) X 的標準差為 $\frac{5}{3}$ 。