

臺灣警察專科學校專科警員班三十一期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設 n 為自然數， $\frac{n}{7} < \sqrt{11} < \frac{n+1}{7}$ ，則 n 之值為：
(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24。
2. 已知 $A(9, 0)$ 、 $B(12, 0)$ ，且 A' 、 B' 兩點都在直線 $y=x$ 上，且 $A'A$ 與 BB' 交於點 $C(8, 2)$ ，則線段 $A'B'$ 的長度為：
(A) 2 (B) 3 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ 。
3. 有一複數的等比數列，若首項 $a_1 = 3 + 4i$ ，第二項 $a_2 = -1 + 7i$ ，則 $|a_5|$ 為：
(A) $-12 - 16i$ (B) $12 + 16i$ (C) 25 (D) 20。
4. 設方程式 $x^3 - 14x^2 + kx - 30 = 0$ 有三個相異的有理根，則整數 k 為：
(A) 30 (B) 43 (C) -27 (D) -19 。
5. 設 $f(x)$ 除以 $(x+1)(x-2)$ 的餘式為 $2x-7$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式為：
(A) $2x-7$ (B) 2 (C) -3 (D) -7 。
6. 設 $a = 2^{\frac{1}{2}}$ ， $b = 3^{\frac{1}{3}}$ ， $c = 5^{\frac{1}{5}}$ ，則 a 、 b 、 c 之大小順序為：
(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $c < a < b$ 。
7. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，可使 $(\frac{5}{4})^n$ 的整數部分為三位數的正整數 n 有幾個？
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
8. 已知 $\triangle ABC$ 的三高為 $h_a = 3$ ， $h_b = 4$ ， $h_c = 5$ ，則 $\triangle ABC$ 的形狀是：
(A) 鈍角三角形 (B) 直角三角形 (C) 等腰三角形 (D) 等腰直角三角形。
9. 已知圓內接四邊形各邊長為 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{DA} = 6$ ，試求對角線 \overline{BD} 的長度為：
(A) $\sqrt{34}$ (B) $\sqrt{35}$ (C) $\sqrt{37}$ (D) $\sqrt{39}$ 。
10. 以 $32 + 32\sqrt{3}i$ 的所有六次方根為頂點，在複數平面上所圍的六邊形面積為：
(A) 6 (B) $6\sqrt{3}$ (C) 32 (D) $32\sqrt{3}$ 。
11. 設 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，且 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 60° ，則 $\vec{a} + (t+2)\vec{b}$ 與 $-2\vec{a} + t\vec{b}$ 的內積之最小值為：
(A) $-\frac{135}{4}$ (B) $-\frac{105}{4}$ (C) $-\frac{75}{4}$ (D) $-\frac{25}{4}$ 。
12. 設 $A(3, 2)$ ， $B(1, 4)$ ，若線段 \overline{AB} 交直線 $y = mx - 5$ 於 P 點，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$ ，則 m 之值為：
(A) $\frac{17}{3}$ (B) $\frac{14}{3}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{21}{2}$ 。
13. 空間三點 $A(2, -1, 1)$ ， $B(-1, 2, 0)$ ， $C(1, 1, 2)$ ，試求點 B 到直線 \overline{AC} 的距離為：
(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 。

14. 設二直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = y+1 = 1-z$, $L_2: x+2=y-2=z$, 下列敘述何者正確?
- (A) L_1 與 L_2 為相交於一點的二直線 (B) L_1 與 L_2 為歪斜線
(C) $L_1=L_2$ (D) $L_1 // L_2$ 。
15. 在平面坐標系中直線 $L: x-y+1=0$, 圓 $C: x^2+y^2-6x-2y+6=0$, 則圓 C 在直線 L 上的正射影長為:
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 。
16. 設 $P(x, y, z)$ 在球面: $x^2+y^2+z^2+4x-6y-2z+5=0$ 上, 令 $2x+y+z=k$, 則 k 值範圍為:
- (A) $-2\sqrt{6} \leq k \leq 2\sqrt{6}$ (B) $-3\sqrt{6} \leq k \leq 3\sqrt{6}$ (C) $-4\sqrt{6} \leq k \leq 4\sqrt{6}$ (D) $-5\sqrt{6} \leq k \leq 5\sqrt{6}$ 。
17. 坐標平面上有一線段 $\overline{AB}=8$, 則在同一平面上使得 $\triangle ABP$ 的面積為 12 且周長為 18 的點 P 共有幾個?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 。
18. 設 k 為實數, 若方程式 $y^2-2ky-kx^2-4x+6=0$ 的圖形為貫軸與 x 軸平行之雙曲線, 則 k 之範圍為:
- (A) $k > 1 + \sqrt{3}$ (B) $0 < k < 1 + \sqrt{3}$
(C) $1 - \sqrt{3} < k < 1 + \sqrt{3}$ (但 $k \neq 0$) (D) $1 - \sqrt{3} < k < 1 + \sqrt{3}$ (但 $k \neq 0$) 或 $k < -2$ 。
19. 在 $(3x^2 - \frac{5}{x})^4$ 展開式中 x^5 項的係數為:
- (A) -540 (B) -270 (C) -135 (D) 215 。
20. 將六件相異的獎品分給甲、乙、丙、丁四學生 (必須分完), 求每人至少得一件, 則有幾種分法?
- (A) 135 (B) 720 (C) 1560 (D) 4096 。
21. 某高中有高二學生 2000 人, 數學學期成績呈常態分配, 平均成績 70 分, 標準差 10 分, 已知及格者皆大於 60 分, 可參加補考的條件為: 40 分以上 (含 40 分)、60 分以下 (不含 60 分), 若可參加補考的共有 x 人, 則 x 最接近下列哪一個數?
- (A) 300 (B) 310 (C) 320 (D) 330 。
22. 一袋中有白球 3 個、黑球 2 個, 甲、乙兩人輪流由袋中任取一球, 由甲先取, 取出後不放回, 求甲在乙之前取得白球的機率為:
- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{5}$ 。
23. 有 3 至 10 號的卡片各一張, 由其中任取五張, 求最小號碼的期望值為:
- (A) 2.5 (B) 3 (C) 3.5 (D) 4 。
24. 三平面 $E_1: x+3y-4z=5$, $E_2: 2x+6y-8z=9$, $E_3: 3x+y-z=6$ 的圖形為:
- (A) 三平面交於一點 (B) 三平面交於一直線
(C) 兩平面重合, 與第三平面交於一直線 (D) 兩平面平行, 與第三平面各交於一直線 。
25. 若矩陣 $A=[a_{ij}]_{3 \times 3}$ 且 $a_{ij}=i^2+3j$, 求所有元素的和為:
- (A) 80 (B) 96 (C) 102 (D) 122 。
26. 若 $0 \leq a \leq 2$, $2 \leq b \leq 4$, $x=2a-b+2$, $y=a+b-3$, 則點 (x, y) 在 xy 平面上的面積為:
- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 14 。
27. 對任意實數 x , 恆滿足 $\frac{x^2+2mx+1}{3x^2-2x+3} \leq 5$ 之整數 m 共有幾個?
- (A) 25 (B) 27 (C) 29 (D) 31 。

28. 已知 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 存在，則下列各敘述何者正確？
- (A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ， $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 均存在
 (B) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ， $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 均存在且 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
 (C) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ， $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 兩者至少有一存在
 (D) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ， $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 可能均不存在。
29. 對所有 $x \in \mathbb{R}$ ，函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + (a+6)x + 7$ 恆遞增，則 a 值的最佳範圍為下列哪一段區間？
- (A) $-3 \leq a \leq 6$ (B) $-5 \leq a \leq 3$ (C) $-3 \leq a \leq 7$ (D) $-4 \leq a \leq 5$ 。
30. 曲線 $\Gamma: y = x^3 - 3x$ 與以曲線上的點 $(1, -2)$ 為切點的切線 L 所圍成的面積為：
- (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{27}{4}$ (C) $\frac{23}{4}$ (D) $\frac{29}{4}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 在複數平面上，下列各敘述哪些正確？
- (A) 對任意三相異複數 z_1, z_2, z_3 ，若 $\frac{z_3 - z_1}{z_3 - z_2}$ 為實數，則 z_1, z_2, z_3 之對應點為直角三角形的三頂點
 (B) 以 $20 + 25i, 20 - 25i, 44 - 7i$ 為頂點的三角形是直角三角形
 (C) $2 + i, 1, -i$ 三點共線
 (D) $1, i, 1 + i$ 三點共線
 (E) $\sqrt{3}i, \sqrt{3}, \sqrt{2} + i, 1 + \sqrt{2}i$ 四點共圓。
32. 設二多項式 $f(x), g(x)$ 的最高公因式為 $x + 2$ ，最低公倍式為 $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - 8$ ，若 $\deg f(x) = 2$ ，下列敘述哪些正確？
- (A) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ (B) $f(x) = x^2 + x - 2$
 (C) $g(x) = x^3 + 3x^2 + 6x + 8$ (D) $g(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 8$
 (E) $g(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - 8$ 。
33. 設 $1 < a < b$ ， $x > 0$ ，則下列敘述哪些正確？
- (A) 若 $x > 1$ ，則 $\log_a x < \log_b x$ (B) 若 $x > 1$ ，則 $\log_a x > \log_b x$
 (C) 若 $0 < x < 1$ ，則 $\log_a x < \log_b x$ (D) 若 $0 < x < 1$ ，則 $\log_a x > \log_b x$
 (E) 若 $x = 1$ ，則 $\log_a x = \log_b x$ 。
34. 關於 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的圖形，下列敘述哪些正確？
- (A) 週期是 2π (B) 振幅是 2
 (C) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, \sqrt{3})$ (D) $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點
 (E) 存在實數 α ，使得 $f(\alpha) = \alpha$ 。
35. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為三向量，則下列敘述哪些正確？
- (A) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$
 (C) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ (D) $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，即 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
 (E) $\|\vec{a} - \vec{b}\| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$ 。

36. 關於空間中的直線 $L: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ ，下列各直線哪些與 L 重合？

- (A) $\begin{cases} x+4y+z=4 \\ 2x+2y-z=-7 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=2t-3 \\ y=-t+1, t \in \mathbf{R} \\ z=2t+3 \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} x=-2t+3 \\ y=t-1, t \in \mathbf{R} \\ z=-2t-3 \end{cases}$ (D) $\frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$
- (E) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$ 。

37. 已知等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $x=0$ ，中心坐標為 $(0,0)$ ，且 Γ 通過點 $(2, \frac{1}{2})$ ，試問下列敘述哪些正確？

- (A) Γ 的另一條漸近線為 $y=0$ (B) Γ 的貫軸在直線 $y=-x$ 上
- (C) Γ 的共軛軸在直線 $y=x$ 上 (D) 點 $(-1, -1)$ 為 Γ 的一個頂點
- (E) 點 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 為 Γ 的一個焦點。

38. 政府欲推行 12 年國教，在一次民意調查中，成功訪問了 1100 位成年民眾，其中有 605 位的民眾贊成 12 年國教，在 95 % 的信心水準下，誤差為正負 3 %，試問下列敘述哪些正確？

- (A) 根據此次抽樣所得之 95 % 信賴區間為 $[0.49, 0.55]$
- (B) 調查報告顯示，此次調查所得信賴區間有 95 % 的機率包含真正贊成 12 年國教的民眾比例
- (C) 若以同樣的方法重複作 100 次的抽樣，所得到的 100 個信賴區間中，大概有 95 個會包含真正贊成 12 年國教民眾的比例
- (D) 在同樣的條件下，降低信心水準，抽樣誤差會提高
- (E) 若想減少抽樣誤差，可以增加抽樣訪問民眾的人數。

39. 在二位數中任取一數，則下列敘述哪些是正確的？

- (A) 奇數之機率為 $\frac{1}{2}$ (B) 個位數字比十位數字大之機率為 $\frac{2}{5}$
- (C) 個位數字等於十位數字之機率為 $\frac{1}{9}$ (D) 數字不含 0 之機率為 $\frac{9}{10}$
- (E) 6 的倍數之機率為 $\frac{1}{6}$ 。

40. 函數 $y=f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ ，則下列敘述哪些是正確的？

- (A) 函數 $y=f(x)$ 的極大值為 $\frac{31}{24}$
- (B) 若切線斜率為 2，則切點坐標可能為 $(-1, \frac{5}{6})$
- (C) 函數 $y=f(x)$ 的極小值為 $\frac{1}{6}$
- (D) 若切線斜率為 2，則切點坐標可能為 $(\frac{3}{2}, \frac{5}{8})$
- (E) 若曲線 $y=f(x)$ 與直線 $y=2x+k$ 交於相異的三點，則 k 的範圍為 $-\frac{19}{8} \leq k \leq \frac{17}{6}$ 。