

臺灣警察專科學校專科警員班三十一期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- 直線 $L: ax + by + c = 0$ ，試問下列哪一個條件使 L 通過第三象限？
 (A) $a = 0, bc < 0$ (B) $ac < 0, bc < 0$ (C) $ab < 0, bc > 0$ (D) $ab > 0, ac < 0$ 。
- 設 $i = \sqrt{-1}$ ， $\omega = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$ ， $z_1 = i$ ， $z_{n+1} = \omega z_n + i$ ， $n \in N$ ，試問 z_{24} 之值為下列何者？
 (A) ω (B) i (C) $\omega + i$ (D) 0 。
- 設 $a_n = (n+1) + (\frac{n}{2} + 2) + (\frac{n}{4} + 3) + (\frac{n}{8} + 4)$ ， $n \in N$ ，試問下列敘述何者正確？
 (A) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，公差為 10 (B) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，公差為 $\frac{15}{8}$
 (C) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，公比為 $\frac{1}{8}$ (D) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，公比為 $\frac{1}{2}$ 。
- 將正奇數依下法分群：(1)，(3, 5)，(7, 9, 11)，(13, 15, 17, 19)，...，試問第 n 群（有 n 個正奇數）的首項為下列何者？
 (A) $2n + 1$ (B) $2n + 3$ (C) $n^2 - n + 1$ (D) $n^2 + n + 1$ 。
- 設 $f(x) = x^3 - x^2 - 11x - 4$ ， $g(x) = x^4 + 2x^3 + 5x + 2$ 的最高公因式為 $d(x)$ ，最低公倍式為 $m(x)$ ，若 $p(x)f(x) + q(x)g(x) = d(x)$ ，試問下列何者正確？
 (A) $\deg d(x) = 1$ (B) $\deg m(x) = 5$ (C) $m(x) = \frac{f(x) \cdot g(x)}{d(x)}$ (D) $p(x)$ 是唯一的。
- 試問不等式 $\frac{2x+3}{x-2} \geq 1$ 的解集合為下列何者？
 (A) $\{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$ (B) $\{x \mid x \geq -5 \text{ 且 } x \neq 2\}$
 (C) $\{x \mid -5 < x < 2\}$ (D) $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq -5\}$ 。
- 解聯立方程式 $\begin{cases} 9^x \cdot 4^{2y} = 3981312 \\ 5^{2x} \cdot 4^y = 400000 \end{cases}$ ，試問 (x, y) 為下列何者？
 (A) (1,4) (B) $(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$ (C) (2,5) (D) $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ 。
- 設 P 為銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若點 P 到 \overline{BC} ， \overline{CA} ， \overline{AB} 的距離依次為 x, y, z ，試問 $x : y : z$ 之值為下列何者？
 (A) $\sin A : \sin B : \sin C$ (B) $\cos A : \cos B : \cos C$ (C) $\tan A : \tan B : \tan C$ (D) $\cot A : \cot B : \cot C$ 。
- 試問 $\frac{\cos(270^\circ + \theta) \tan(180^\circ - \theta) \cot(180^\circ + \theta)}{\sin(90^\circ - \theta) \tan(540^\circ - \theta)}$ 之值經化簡後為下列何者？
 (A) $\sin \theta$ (B) $\cos \theta$ (C) 0 (D) 1。
- 試問方程式 $2\pi \sin x = x$ 的實根個數為下列何者？
 (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5。
- 試問 $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 10^\circ \sin 50^\circ$ 之值為下列何者？
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{4}$ 。

12. 試問 $(\frac{1-i}{\sqrt{2}})^{10}$ 之值為下列何者？

- (A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-i$ 。

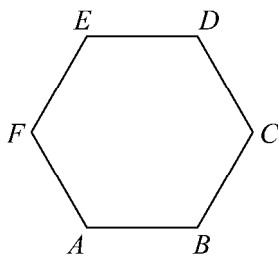
13. $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{2} = \frac{z+2}{1}$, $L_2: \begin{cases} x=3+4t \\ y=-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$, t 為實數，試問下列何者為真？

- (A) $L_1=L_2$ (B) $L_1 \parallel L_2$ (C) L_1, L_2 為歪斜線 (D) L_1, L_2 交於一點。

14. 試問下列何者為真？

- (A) 點 (a,b,c) 在 x 軸上之投影為 $(a,b,0)$ (B) 點 (a,b,c) 在 xy 平面上之投影為 $(a,0,0)$
 (C) 點 (a,b,c) 到 xy 平面之距離為 c (D) 點 (a,b,c) 至 x 軸之距離為 $\sqrt{b^2+c^2}$ 。

15. 如下圖， $ABCDEF$ 為一正六邊形，試問下列向量內積中何者最大？



- (A) $\vec{AB} \cdot \vec{AB}$ (B) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ (C) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ (D) $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ 。

16. 設 A, B, C 為平面上不共線的三相異點，點 P 滿足 $\vec{AP} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$ ，而 \vec{AP} 與 \vec{BC} 交於 R ，試問 $(\triangle CPR \text{的面積}) : (\triangle ABR \text{的面積})$ 之值為下列何者？

- (A) 2:1 (B) 3:1 (C) 4:1 (D) 5:1。

17. $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ ，球面 $S: (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 17$ ，試問下列何者為真？

- (A) L 與 S 相切 (B) L 與 S 交於兩點 (C) L 與 S 不相交 (D) L 與 S 交於一線段。

18. 設直線 $x+my-m=0$ 與圓 $x^2+y^2-x=0$ 相交於 A, B 兩點，若 $\vec{AB}=1$ ，試問 m 之值為下列何者？

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) -2 。

19. 七個不同顏色的珠球串成項鍊，試問有幾種串法？

- (A) 360 (B) 720 (C) 1440 (D) 2520。

20. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1=1$ 及遞迴關係式 $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}$ ， n 為正整數，試問 $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 之值為下列何者？

- (A) $(\frac{1}{2})^{40}$ (B) $\frac{1850}{4}$ (C) 430 (D) 210。

21. 試問在 $(3x^2-2y)^7$ 展開式中 x^4y^5 項的係數為下列何者？

- (A) -6048 (B) 6048 (C) -3024 (D) 3024。

22. 大樂透彩從1~49個號碼開出6個號碼，必須至少選中3個才有中獎。已知阿月購買第一期大樂透彩且沒中獎，試問阿月購買的號碼有幾種可能？

- (A) $C_6^{43} + C_5^{43} + C_4^{43}$ (B) $\frac{C_6^{43} \times C_5^{43} \times C_4^{43}}{3!}$
 (C) $C_6^{43} + C_5^{43} \times C_1^6 + C_4^{43} \times C_2^6$ (D) $C_6^{43} \times C_5^{43} \times P_1^6 \times P_4^{43} \times P_2^6$ 。

23. 試問坐標平面上方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的圖形與 $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的圖形共有幾個交點？

- (A) 1個 (B) 2個 (C) 3個 (D) 4個。

24. 試問拋物線 $y^2 = 8x$ 被直線 $x - 2y = 2$ 所截的弦長為下列何者？
 (A) 40 (B) $8\sqrt{5}$ (C) $4\sqrt{30}$ (D) 50。
25. 設有 10 筆 (x_i, y_i) 的資料， $S_x = 4$ ， $S_y = 2$ ，且相關係數 $r = 0.8$ ，試問 y 對 x 做迴歸其迴歸線的斜率為下列何者？
 (A) 0.4 (B) 0.64 (C) 0.8 (D) 1。
26. 假設臺北市在民國 88 年底有 200 萬人口，臺北縣有 300 萬人口，每一年臺北市有 10% 的人口搬到臺北縣其餘 90% 不動，而臺北縣有 20% 人口搬到臺北市其餘 80% 不動，試問民國 90 年底的人口數，臺北市有多少人？
 (A) 232 萬人 (B) 240 萬人 (C) 260 萬人 (D) 268 萬人。
27. 聯立方程式 $\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 16 \\ 2x - y + 4z = 18 \\ 7x - 3y + 2z = 26 \end{cases}$ 的增廣矩陣 $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 & 16 \\ 2 & -1 & 4 & 18 \\ 7 & -3 & 2 & 26 \end{bmatrix}$ ，經列運算簡化為矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha & -2 \\ 0 & 1 & \beta & 22 \\ 0 & 0 & \gamma & 3 \end{bmatrix}$ ，
 試問下列何者為真？
 (A) $\alpha = 2$ (B) $\beta = 8$
 (C) $\gamma = -1$ (D) 該方程組無限多組解。
28. 空間中 $A(2, 1, 1)$ 、 $B(0, 1, 2)$ 、 $C(2, 3, 1)$ 三點，試問以此三點 A 、 B 、 C 為頂點之三角形面積為下列何者？
 (A) 8 (B) 4 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{5}$ 。
29. 設方程組 $\begin{cases} (2a + b + c)x + by + cz = 0 \\ ax + (a + 2b + c)y + cz = 0 \\ ax + by + (a + b + 2c)z = 0 \end{cases}$ 有 $x = y = z = 0$ 外的解，試問下列何者恆真？
 (A) $a = b = c$ (B) $a + b + c = 1$ (C) $a + b + c = 0$ (D) a 、 b 、 c 完全相異。
30. 在 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $x + 2y - 2 \leq 0$ ， $2x + y - 2 \leq 0$ 的條件下，試問 $x + y$ 的最大值為下列何者？
 (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 我國的農曆以天干（甲乙丙丁戊己庚辛壬癸），地支（子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥）記年，試問自民國 31 年到 90 年（辛巳年）中，有哪些記年未曾用過？
 (A) 甲戌 (B) 丁午 (C) 庚卯 (D) 壬巳 (E) 癸未。
32. 關於三次方程式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ，試問下列敘述哪些是正確的？
 (A) $f(x) = 0$ 至少有一實根
 (B) $f(x) = 0$ 至少有一複數根
 (C) 若 $f(x) = 0$ 有一根 $1 + i$ ，則必有一根 $1 - i$
 (D) 若 $a, b, c, d \in Z$ 且 $f(x) = 0$ 有一根 $1 + \sqrt{2}$ ，則必有一根 $1 - \sqrt{2}$
 (E) 若 $a, b, c, d \in Z$ ，則 $f(x) = 0$ 至少有一實根。
33. 設 $\log x = -5.6789$ ，試問下列哪些正確？
 (A) $\log x$ 的首數為 -5
 (B) $\log x$ 的尾數為 0.6789
 (C) x 的值在小數點後第六位始出現不為 0 的數字
 (D) $\log x$ 的第一位有效數字為 4
 (E) $\log x$ 的第一位有效數字為 2。

34. $\triangle ABC$ 中，滿足下列條件，試問哪些恰有一解？

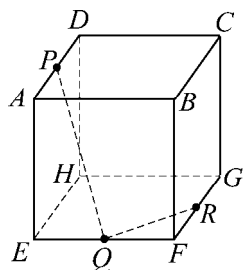
- (A) $a = 5, b = 10, \angle A = 30^\circ$ (B) $a = 4, b = 4\sqrt{3}, \angle A = 30^\circ$
 (C) $a = 2\sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}, \angle A = 60^\circ$ (D) $a = 3, b = 5, c = 8$
 (E) $a = 4, b = 3, \angle A = 30^\circ$ 。

35. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為三個非零向量，試問下列哪些錯誤？

- (A) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$ (B) $\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{c}$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{c}$
 (C) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $\vec{a} = \vec{0}$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$ (D) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$
 (E) $|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 = |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2$ 。

36. 試問關於空間的敘述下列哪些正確？

- (A) 平行同一平面的兩相異直線必平行
 (B) 若 L_1, L_2 為一組歪斜線， L_2, L_3 也為一組歪斜線，則 L_1, L_3 亦為一組歪斜線
 (C) 若直線 L 與平面 E 垂直，則包含直線 L 的所有平面皆與平面 E 垂直
 (D) 若平面 E 與直線 L 交於 P 點且平面 E 上有兩條直線過 P 點與直線 L 垂直，則稱直線 L 與平面 E 垂直於 P 點
 (E) 如下圖，正立方體 $ABCDEFGH$ 中， P, Q, R 分別為各稜的中點，則 $\overline{PQ} \perp \overline{QR}$ 。



37. 若已知某一筆資料之算術平均數 $\bar{x} = 10$ ，標準差 $S_x = 3$ ，中位數 $M_{ex} = 12$ ，眾數 $M_{ox} = 8$ ，四分位差 $IQR = 3$ ，若 $y = -4x + 3$ ，試問對新資料 y 而言，下列哪些正確？

- (A) 算術平均數 = 43 (B) 標準差 = -12 (C) 中位數 = -45 (D) 眾數 = -32
 (E) 四分位差 = 12。

38. 高鐵通車後，縮短了南北的距離，高鐵公司為了解乘客搭乘的滿意度，於各車廂放置意見箱，有效回收 1060 份意見表，其中 424 份覺得非常滿意，試問在 95% 的信心水準下，下列選項哪些為真？

- (A) 非常滿意的比例為 40% (B) 正負誤差為 4 個百分點
 (C) 正負誤差為 3 個百分點 (D) 信賴區間為 $[0.37, 0.43]$
 (E) 信賴區間為 $[0.43, 0.46]$ 。

39. 設 A, B 為二事件，已知 $P(A) = \frac{1}{2}$ ， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ ，試問下列各選項中，哪些是正確的？

- (A) $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ (B) $P(A | B) = \frac{3}{4}$ (C) $P(B | A) = \frac{3}{4}$ (D) $P(A' | B') = \frac{5}{6}$
 (E) $P(B' | A') = \frac{5}{6}$ 。

40. 設 a, b, c 均為正實數，且 $2a + b + c = 3$ ，試問下列敘述哪些為真？

- (A) a^2bc 的最大值為 $\frac{81}{256}$ (B) $2a^2 + 2b^2 + \frac{c^2}{2}$ 的最小值為 2
 (C) 當 $a = 1, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}$ 時， abc 有最大值為 $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{c}$ 的最小值為 12
 (E) $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{9}{c}$ 的最小值為 12。