

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二) 未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

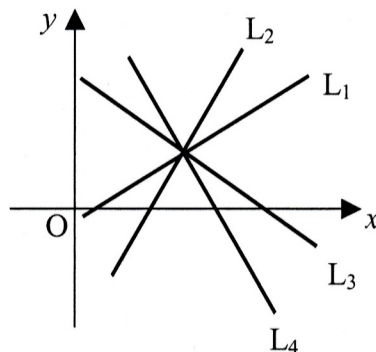
1. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列且 $a_2 + a_3 + a_{10} + a_{11} = 48$ ，則 $a_6 + a_7 = ?$
 (A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24。

2. 二次函數 $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ ，其中 $0 \leq x \leq 3$ ，試問 $f(x)$ 之最大值是多少？
 (A) -5 (B) -8 (C) -4 (D) -3。

3. 若 $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$ ，則多項式 $g(x) = f(f(x))$ 除以 $x-1$ 所得的餘式為多少？
 (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11。

4. 如右圖，設 m_1, m_2, m_3, m_4 各為直線 L_1, L_2, L_3, L_4 的斜率，試問 m_1, m_2, m_3, m_4 中哪一個最大？

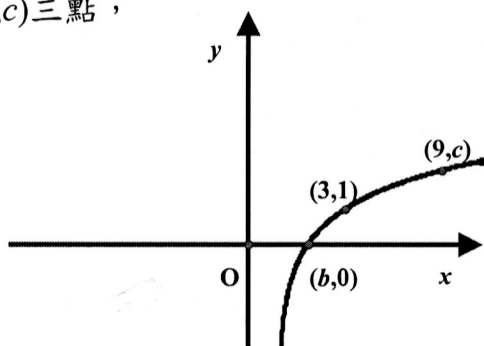
- (A) m_1
 (B) m_2
 (C) m_3
 (D) m_4 。



5. 試計算 $\log_3 54 + \log_3 6 - 2\log_3 2$ 的值是多少？
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1。

6. $y = \log_a(x-1)$ 之圖形如右，此圖通過 $(3,1)$ 、 $(b,0)$ 、 $(9,c)$ 三點，試求 $a+b+c$ 的值。

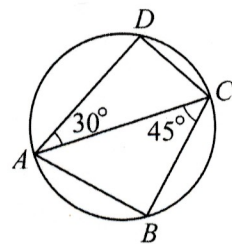
- (A) 7
 (B) 9
 (C) 11
 (D) 13。



7. 設 x 為一個正數，已知 $\log x$ 之尾數與 $\log 0.1357$ 之尾數相同， $\log x$ 之首數與 $\log 2468$ 之首數相同，則 $x = ?$
 (A) 0.1357 (B) 0.2468 (C) 2468 (D) 1357。

8. 試求 $\cos(-1680^\circ)$ 的值是多少？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

9. 設圓內接四邊形 $ABCD$ 中 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 4$ ，則 \overline{AB} 等於下列哪一個選項？
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$
 (C) $4\sqrt{2}$ (D) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ 。



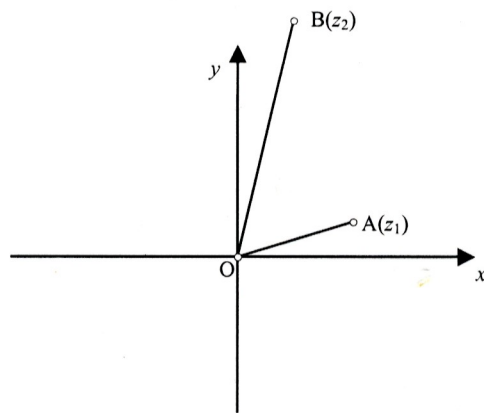
10. 已知 $y=k$ 和 $y=\sin x$ 的圖形交於兩點，其中 $0 \leq x \leq 2\pi$ 且 $-1 < k < 0$ 。此二點的 x 坐標和為：
 (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 3π 。

11. 設 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 且 $\pi < \theta < 2\pi$ ，試求 $\cos \frac{\theta}{2}$ 的值等於多少？
 (A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (B) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ 。

12. 如右圖，已知 $\overline{OB}=4$ ， $\overline{OA}=2$ ，且 $\angle AOB=60^\circ$ ，

則下列哪一個選項是 $\frac{z_2}{z_1}$ 的極式？

- (A) $2(\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)$
 (B) $4(\sin 60^\circ + i \cos 60^\circ)$
 (C) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$
 (D) $4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ 。



13. 點 $P(-2,3)$ 到直線 $4x-3y+2=0$ 的距離等於多少？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

14. 坐標平面上有一 $\triangle ABC$ ，在 \overline{BC} 上取一點 D ，若 $3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ ，試求 $\frac{\triangle ABD \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}}$ 等於多少？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。

15. 空間坐標中，有三點 $A(1,2,1)$ 、 $B(0,-1,1)$ 、 $C(-1,0,0)$ ，試問平面 ABC 的法向量為下列哪一個向量？

- (A) $(-3,-1,-4)$ (B) $(3,-1,-4)$ (C) $(5,-1,-4)$ (D) $(3,1,-4)$ 。

16. 設 m 為實數，方程式 $x^2+y^2+2(m+2)x-2(m+3)y+3m^2+2=0$ 的圖形為一圓，試問此圓的最大半徑為何？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

17. 設圓 $x^2+y^2-6x+2ay+b=0$ 與直線 $y=\frac{x}{2}-1$ 相切於 $(4,1)$ ，則 $a+b$ 的值等於多少？

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。

18. 在空間坐標中，球面 S 交 xy 平面於一半徑為 $\sqrt{17}$ 、圓心為 $(2,3,0)$ 的圓，且 S 通過點 $(6,6,4)$ ，則 S 的半徑為多少？

- (A) $\sqrt{17}$ (B) $\sqrt{26}$ (C) $\sqrt{27}$ (D) 5。

19. 某次空手道比賽，規定每位選手和其他選手各比賽一場，賽程總計為55場，請問有幾位選手參加比賽？

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11。

20. 一袋中有紅球3個，黃球5個，白球2個，今從袋中任取二球，試求二球同色的機率等於多少？

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{7}{45}$ 。

21. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足： $a_1=1$ ， $a_{n+1}=\frac{3a_n-1}{4a_n-1}$ ， $n=1,2,3,\dots$ ，試問 a_8 等於多少？

- (A) $\frac{8}{11}$ (B) $\frac{8}{13}$ (C) $\frac{8}{15}$ (D) $\frac{8}{17}$ 。

22. 不等式： $\frac{1}{x} < x$ 與下列哪一個不等式有相同的解？

- (A) $1 < x^2$ (B) $1 > x^2$ (C) $x(1-x^2) < 0$ (D) $x(1-x^2) > 0$ 。

23. 由1到9的9個數字中任取2數，且取過的數字不再取，若其和為偶數，求二者均為偶數的機率為何？

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{6}{45}$ (D) $\frac{10}{45}$ 。

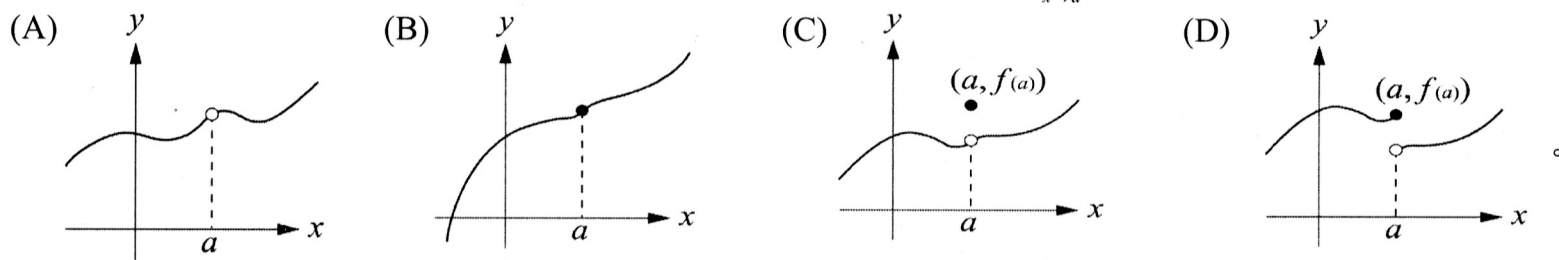
24. 試化簡行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 33 \\ -2 & 0 & 8 \\ 14 & 28 & 7 \end{vmatrix}$ 等於多少？

- (A) 1820 (B) -1820 (C) -130 (D) 0。

25. 若矩陣 $A=\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，設反矩陣 $A^{-1}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，試求 $c=?$

- (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{-2}{5}$ 。

26. 函數 $f(x)$ 之圖形如下所示，並已標出實數 a 之位置，則哪一個函數中 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 不存在？



27. 設 $f(x) = x^3 - kx^2 + x - 3$ 的圖形上有一個反曲點 $(-2, f(-2))$ ，試問 k 的值等於多少？

- (A) -3 (B) 3 (C) 6 (D) -6

28. 設三次函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 2$ ，以點 $P(1, -1)$ 為切點的切線斜率等於多少？

- (A) -2 (B) -3 (C) -4 (D) -5

29. 試求定積分 $\int_{-1}^3 (3x^2 - 4x) dx$ 的值等於：

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

30. 設 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 的圖形與直線 $x=1$ 、 $x=2$ 、 x 軸所圍成的區域為 R ，將 R 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積等於多少？

- (A) π (B) 2π (C) 3π (D) 4π

貳、多重選擇題：(一) 十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

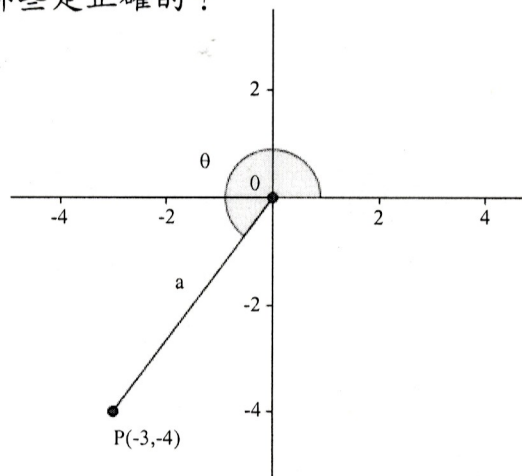
(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $f(x)$ 為一實係數三次多項式且最高次項係數為 1，已知 $f(-1) = -1$ ， $f(2) = 2$ ， $f(4) = 4$ ，則 $f(x) = 0$ 在下列哪些區間必定有實根？

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(2, 4)$ (E) $(5, \infty)$

32. 如圖所示，點 $P(-3, -4)$ 落在廣義角 θ 的終邊上，則下列敘述哪些是正確的？

- (A) $\tan\theta = \frac{3}{4}$
 (B) $\sin\theta = \frac{-4}{5}$
 (C) $\cos(\theta + 180^\circ) = \frac{3}{5}$
 (D) $\sin(90^\circ + \theta) = \frac{-3}{5}$
 (E) $\sin(360^\circ + \theta) = \frac{4}{5}$



33. 設向量 $\vec{a} = (2, -3)$ 、 $\vec{b} = (4, 8)$ 、 $\vec{c} = (2, -1)$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

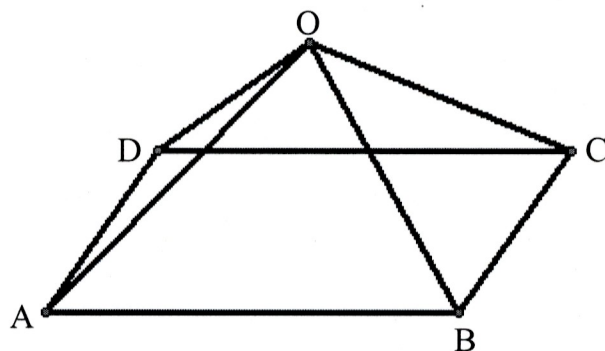
- (A) $\vec{a} - 2\vec{b} = (-6, -19)$ (B) \vec{a} 與 \vec{c} 的內積 = 1
 (C) \vec{b} 、 \vec{c} 兩向量垂直 (D) 由 \vec{a} 與 \vec{b} 所張成的平行四邊形的面積為 $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$
 (E) \vec{a} 、 \vec{b} 兩向量夾角為鈍角

34. 關於橢圓 $\Gamma: \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = 6$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

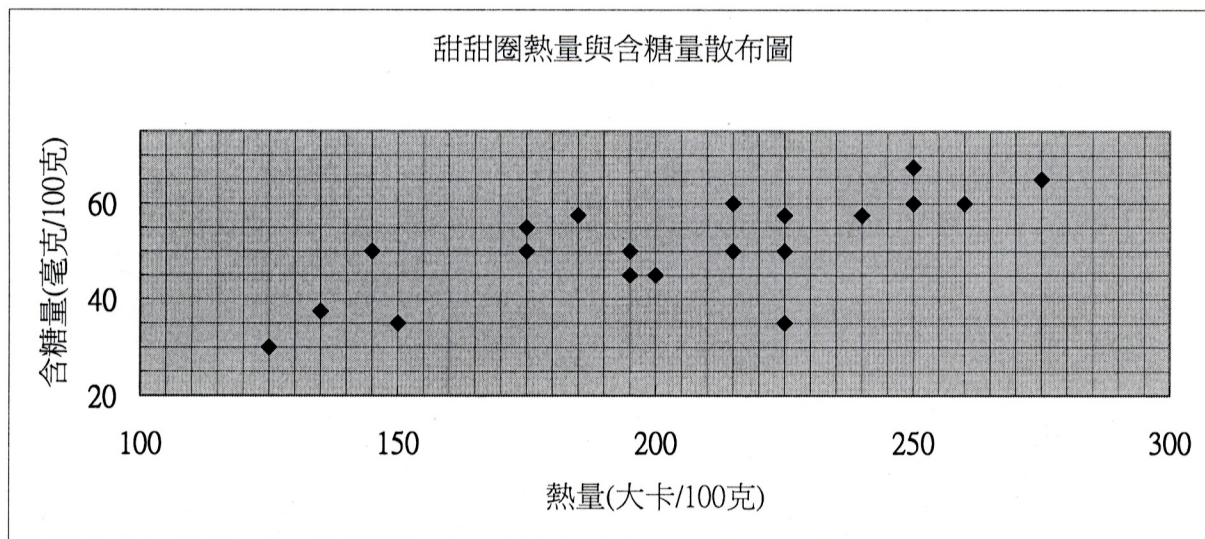
- (A) $(0, 0)$ 是 Γ 的中心 (B) $(1, 2)$ 、 $(-1, -2)$ 為 Γ 的焦點
 (C) Γ 的長軸長為 6 (D) Γ 對稱於直線 $x = y$
 (E) Γ 對稱於 $(1, 2)$ 與 $(-1, -2)$ 的連線

35. 如圖， $O-ABCD$ 為一金字塔，底面為邊長 2 的正方形，頂點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 之距離為 2。試問下列敘述哪些是正確的？

- (A) $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 8$
 (B) $\vec{OA} - \vec{OC} = \vec{CB} + \vec{CD}$
 (C) \vec{OA} 與 \vec{OD} 的內積 = \vec{OB} 與 \vec{OC} 的內積
 (D) 側面 OBA 與側面 OBC 的兩面角大於 120°
 (E) 頂點 O 到底面的距離為 $\sqrt{2}$ 。



36. 消基會針對市售甜甜圈的熱量(大卡/100 克)與含糖量(毫克/100 克)做了一個抽查，共有 20 個樣本，下圖是這 20 個樣本熱量與含糖量的散布圖，根據這個散布圖，請問下列敘述哪些是正確的？



- (A) 這些樣本含糖量的標準差大於 40 毫克/100 克
 (B) 這些樣本含糖量的中位數為 50 毫克/100 克
 (C) 這 20 個樣本熱量與含糖量是正相關
 (D) 根據散布圖可以得知甜甜圈中熱量與含糖量會成正比
 (E) 若對 20 個樣本熱量(x)與含糖量(y)找最佳(最適)直線 $y=ax+b$ ，則此直線的斜率 a 大於 0。

37. 下列選項哪些是正確的？

- (A) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}{2} > \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$
 (B) $\sqrt{10} + \sqrt{20} > \sqrt{30}$
 (C) $\log 10 + \log 20 > \log 30$
 (D) $\frac{2^{10} + 2^{20}}{2} > \sqrt{2^{10} \cdot 2^{20}}$
 (E) $\frac{10^2 + 20^2}{2} > \left(\frac{10 + 20}{2}\right)^2$ 。

38. 已知 M 、 N 、 L 為 3 階方陣， O 為 3×3 階的零矩陣，則下列選項哪些是正確的？

- (A) $M+N=N+M$
 (B) $\det(5M)=5 \det(M)$ ($\det(M)$ 代表矩陣 M 的行列式值)
 (C) 若 $MN=ML$ 且 $\det(M) \neq 0$ ，則 $N=L$
 (D) 若 M 、 N 均為可逆方陣，則 $(MN)^{-1} = N^{-1}M^{-1}$
 (E) $(M+I)^3 = M^3 + 3M^2 + 3M + I$ (I 為 3 階單位方陣)。

39. 設函數 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若 $g(x)$ 在 $x = -2$ 時有極大值 29，在 $x = 4$ 時有極小值，試問下列選項哪些是正確的？

- (A) $g(x) = 0$ 有兩個實根 -2 、 4
 (B) $g(x)$ 的圖形在區間 $(-2, 4)$ 上遞減
 (C) $g(x)$ 圖形在 $x > 0$ 凹口向上
 (D) $c = 1$
 (E) $g(x) \leq -79$ 恆成立。

40. 考慮三次函數 $f(x) = x^3 - ax^2$ ，已知 $f(x)$ 的圖形有反曲點 $(1, f(1))$ ，下列的敘述哪些是正確的？

- (A) $f(x) = 0$ 有三個相異實根
 (B) $a = 3$
 (C) $f(x)$ 在 $x = 0$ 處有極值
 (D) $f(x)$ 在 $x = a$ 處有極值
 (E) $\int_a^0 (x^3 - ax^2) dx$ 代表函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成的區域面積。