

臺灣警察專科學校專科警員班第 27 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二) 未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 甲、乙兩人各擲一個骰子，兩人擲出點數相同的機率為：

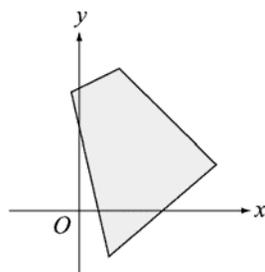
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ 。

2. 某校橋藝社由甲、乙、丙三班同學組成，各佔 40%，30%，30%。社員中甲班人數的 $\frac{1}{4}$ ，乙班人數的 $\frac{1}{5}$ ，丙班人數的 $\frac{1}{3}$ 也是籃球校隊的隊員。某次橋藝社推選新社長，每人當選的機會均等，則籃球隊員當選的機率為：

(A) $\frac{11}{50}$ (B) $\frac{12}{50}$ (C) $\frac{13}{50}$ (D) $\frac{14}{50}$ 。

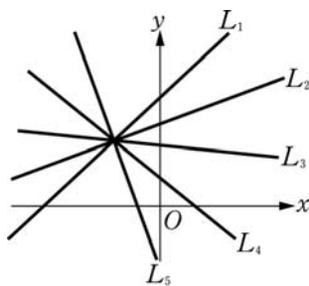
3. 如下圖所示之四邊形，其四邊之直線方程式各為 $x + y = 6$ ， $x - y = 3$ ， $3x + y = 3$ ， $x - 2y = -8$ ，則四邊形區域（含邊界）可用下列哪一組不等式表示？

(A) $x + y \leq 6$ ， $x - y \leq 3$ ， $3x + y \geq 3$ ， $x - 2y \geq -8$ (B) $x + y \leq 6$ ， $x - y \geq 3$ ， $3x + y \geq 3$ ， $x - 2y \geq -8$
(C) $x + y \leq 6$ ， $x - y \leq 3$ ， $3x + y \leq 3$ ， $x - 2y \geq -8$ (D) $x + y \leq 6$ ， $x - y \leq 3$ ， $3x + y \geq 3$ ， $x - 2y \leq -8$ 。



4. 如下圖，平面上直線 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 其對應的斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 、 m_5 則：

(A) $m_4 < m_5 < m_3 < m_1 < m_2$ (B) $m_5 < m_4 < m_3 < m_2 < m_1$ (C) $m_2 < m_1 < m_3 < m_4 < m_5$ (D) $m_4 < m_5 < m_3 < m_2 < m_1$ 。



5. 設多項式 $x^2 f(x)$ 除以 $(x - 3)$ 的餘式為 6，則 $f(x)$ 除以 $(x - 3)$ 的餘式為：

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) 2 (D) 18 。

6. 設 $\vec{a} = (3, 2)$ ， $\vec{b} = (-1, 5)$ ， $\vec{c} = (1, 4)$ ，則 $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{c})$ 之值為：

(A) 17 (B) -17 (C) 6 (D) -6 。

7. $\vec{a} = (6, -2, -2)$ ， $\vec{b} = (2, 4, 2)$ ，求 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為：

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90° 。

8. 若方程式 $x^2+y^2+z^2+(k+1)x+(k+3)y=k-5$ 表一半徑是 5 的球面，則 k 之值可能為：
 (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 。
9. 通過球 $x^2+y^2+z^2=16$ 上一點 $(3, \sqrt{2}, \sqrt{5})$ 的切平面方程式設為 $ax+by+cz=16$ ，則 $b=?$
 (A) 3 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) -2 。
10. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， O 為 $\triangle ABC$ 的外心， $\angle BAO=\theta$ ，若 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=12$ ，則 $\sin\theta$ 等於：
 (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{6}{13}$ (D) $\frac{12}{13}$ 。
11. $\triangle ABC$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C=3:1:2$ ，則 $\overline{BC}:\overline{AC}:\overline{AB}=?$
 (A) $1:2:3$ (B) $3:4:5$ (C) $2:1:\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}:1:\sqrt{3}$ 。
12. 在坐標平面上滿足 $\log(x^2+y^2-xy+1)+\log 6=\log(5x^2+2y^2-6xy+10)$ 的所有點 (x, y) 形成什麼圖形？
 (A) 二相交直線 (B) 橢圓 (C) 拋物線 (D) 雙曲線 。
13. 袋中有 12 個球，其中 3 個為白球，每球被取到之機會相等，今從袋中任取 3 球，則取中白球個數之期望值為：
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$ 。
14. 某藥物對一般病人有過敏反應之機率為 0.1。今有三位病人接受此藥物之治療，若此三病人是否有過敏反應，相互不影響，則至少有一位病人有過敏反應之機率為：
 (A) 0.317 (B) 0.32 (C) 0.235 (D) 0.271 。
15. 滿足不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-5x+2)<-1$ 的 x 之範圍為：
 (A) $x>0$ 或 $x<-\frac{5}{2}$ (B) $0<x<\frac{5}{2}$ (C) $x<0$ 或 $x>\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{5}{2}<x<0$ 。
16. 設 k 為實數，若二次方程式 $x^2+4x+k^2=0$ 有相異兩實根，則 k 之範圍為：
 (A) $0<k<2$ (B) $|k|<2$ (C) $|k|>2$ (D) $-2<k<4$ 。
17. 設 $1-i$ 為 $x^2+ax+3-i=0$ 之一根，則 $a=?$
 (A) -3 (B) -2 (C) $-1-i$ (D) 2 。
18. 下列無窮級數何者收斂？
 (A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1.001)^n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^n, x>0$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$ 。
19. $8^4-9\times 8^3+10\times 8^2-15\times 8-5=?$
 (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3 。
20. $\triangle ABC$ 的三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 上分別取點 D 、 E 、 F 使 $\overline{DC}=3\overline{BD}$ ， $\overline{EC}=\overline{AE}$ ， $\overline{FB}=2\overline{AF}$ ，又點 G 為 $\triangle DEF$ 的重心，設 $\overline{AG}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$ ，則 $9x-y=?$
 (A) 3 (B) $\frac{2}{3}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{3}$ 。
21. 若 $A(4, 9)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(7, 3)$ ，則 $\triangle ABC$ 之重心為：
 (A) $(\frac{7}{2}, 5)$ (B) $(\frac{14}{3}, \frac{13}{3})$ (C) $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$ (D) $(\frac{1}{3}, 0)$ 。
22. 坐標平面上的圓 $C:(x-3)^2+(y-6)^2=9$ 上有多少個點與原點的距離正好是整數值？
 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 。

23. 化簡 $(\log_2 9 + \log_4 \frac{1}{3})(\log_3 2 + \log_9 \frac{1}{8}) = ?$
 (A) $-\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{5}{4}$ 。
24. 設 $\angle A$ 為銳角，若 $2 \tan^2 A + \tan A - 6 = 0$ ，則 $\frac{2 \sin A + 3 \cos A}{3 \sin A + 2 \cos A} = ?$
 (A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{12}{13}$ (D) $\frac{13}{12}$ 。
25. 某人測量山峰的仰角 30° ，他向著山前進 100 公尺後，再測得山峰的仰角 45° ，則山高為多少公尺？
 (A) 錯誤！尚未定義書籤。 $50\sqrt{3}$ (B) $100\sqrt{3}$ (C) $50\sqrt{3} + 50$ (D) $100\sqrt{3} + 100$ 。
26. 橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 與 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 有多少個交點？
 (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 。
27. 若一數列滿足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ， $n \geq 1$ ，試求 $a_n = ?$
 (A) $2n+1$ (B) $2n-1$ (C) 2^n+1 (D) 2^n-1 。
28. 某次考試共有 10 題“4 選 1”的選擇題，小華完全沒準備，答案全用猜的，請問他全猜對的機率是多少？
 (A) $\frac{1}{10!}$ (B) $\frac{1}{2^{10}}$ (C) $\frac{1}{4^{10}}$ (D) $\frac{1}{P_4^{10}}$ 。
29. 投擲一公正骰子三次，則三次點數和為 12 之機率為何？
 (A) $\frac{5}{24}$ (B) $\frac{91}{216}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{25}{216}$ 。
30. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1-k & 2 \\ 4 & 3-k \end{bmatrix}$ 可逆，則實數 k 值不可能為下列何者？
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣。五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

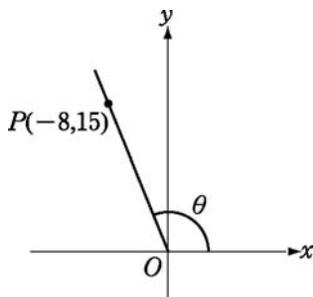
(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 一等差數列第 5 項為 -4 ，第 16 項為 40 ，則下列哪些是正確的？
 (A) 首項為 -20 (B) 公差為 4 (C) 第 20 項為 60 (D) 前 10 項和為 -20 (E) 第 6 項開始為正數 。
32. 有一直線 $L: 3x + 4y = 12$ ，則下列敘述何者為真？
 (A) L 之斜率 $-\frac{3}{4}$ (B) L 之法向量 $(3, 4)$ (C) L 之方向向量 $(-4, 3)$
 (D) L 之方向向量 $(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ (E) L 之參數式： $\begin{cases} x=4t \\ y=3-3t \end{cases}$ ， t 為實數 。
33. 在空間坐標系中，下列哪些選項是正確的？
 (A) $3x - 2z = 0$ 的圖形為一直線 (B) $\begin{cases} x=2 \\ z=3 \end{cases}$ 的圖形為一直線
 (C) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ 與 $\begin{cases} 3x-2z=0 \\ 5x-2y=0 \end{cases}$ 的圖形完全相同
 (D) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ 的圖形與 $x - y + z + 3 = 0$ 的圖形平行
 (E) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}$ 的圖形與 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{5}$ 的圖形垂直 。

34. 下列哪些可以為 -93° 的同界角？

- (A) 93° (B) 267° (C) 357° (D) -453° (E) 467° 。

35. 如下圖，有向角 θ 終邊上一點 $P(-8, 15)$ ，則下列何者正確？



- (A) $\sin\theta = \frac{15}{17}$ (B) $\tan\theta = -\frac{15}{8}$ (C) $\cos(-\theta) = -\frac{8}{17}$ (D) $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\frac{8}{17}$
(E) $\sec(-630^\circ + \theta) = -\frac{17}{15}$ 。

36. 下列敘述何者為真？

- (A) y 軸斜率 $=0$ (B) x 軸斜率 ≤ 0 (C) 若 $A(3, 1)$, $B(2, -1) \Rightarrow m_{AB} = \frac{3-2}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$
(D) 若 $L: y-2=m(x-2)$ ，則斜率為 m (E) 若 a, b, c 為正實數，直線 $ax+by=c$ 斜率為 $-\frac{a}{b}$ 。

37. 實力相當的甲、乙二人作競賽，約定先勝3局者可得獎金4800元，已知第一局甲獲勝，則下列敘述哪些是正確的？

- (A) 甲再連勝2局的機率為 $\frac{1}{4}$
(B) 乙先勝3局的機率為 $\frac{1}{8}$
(C) 甲先勝3局的機率比乙先勝3局的機率大
(D) 若甲勝第一局後，比賽因故中止，則甲應分得獎金3300元才公平
(E) 若甲勝第一局後，比賽因故中止，則乙應分得獎金600元才公平。

38. 設二平面 $E_1: x+ky+z-2=0$ 和 $E_2: x+\sqrt{2}y-z+1=0$ 之夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，求 $k=?$

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) $-\sqrt{2}$ 。

39. 下列何者正確？

- (A) $\log_{\sqrt{2}}1=0$ (B) $\log_{0.01}100=-2$ (C) $\log_93\sqrt{3}=\frac{3}{4}$ (D) $\log_832=4$ (E) $3^{2\log_34}=4$ 。

40. 若一橢圓的兩焦點在 $(1, 3)$ 、 $(1, -5)$ ，且正焦弦長 $\frac{20}{3}$ ，下列何者為真？

- (A) 中心 $(1, -1)$ (B) 長軸長為12 (C) 短軸長為20 (D) 對稱軸 $y=-1$
(E) 方程式： $\frac{(x-1)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{20} = 1$ 。