臺灣警察專科學校專科警員班第 27 期正期學生組新生入學考試**乙組數學科**試題

壹、單選題：（一）三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

（二）未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

（三）請將正確答案以２Ｂ鉛筆劃記於答案卡內。

1. 已知 $a\neq -3$，平面上二直線 L_1：$2x+(a+3)y=7$，L_2：$(a+3)x+4(a+1)y=5$，若當 L_1 與 L_2 垂直時，$a=$？
(A) -1　(B) $-\frac{1}{2}$　(C) -2　(D) $-\frac{3}{2}$ 。

2. 數列$\langle a_n\rangle$滿足$a_1=2$，$a_{n+1}=-\frac{1}{2}a_n$ （n為自然數），求$\sum_{k=1}^{\infty}a_k=$？
(A) $\frac{4}{3}$　(B) $-\frac{4}{3}$　(C) 4　(D) -4 。

3. 設 n 為自然數，且 $1+2+4+8+\ldots+2^n=2047$，則 $n=$？
(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12 。

4. 利用公式 $1+2^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$，可計算出 $11^3+12^3+\ldots+20^3$ 之值為：
(A) 41075　(B) 41095　(C) 41115　(D) 41135 。

5. 設 $A(-4,-3)$，$B(6,7)$，點 P 在線段 AB 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$，則點 P 的坐標為：
(A) $(2,3)$　(B) $(\frac{11}{5},\frac{14}{5})$　(C) $(\frac{12}{5},\frac{13}{5})$　(D) $(\frac{7}{3},\frac{10}{3})$ 。

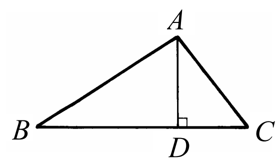
6. 空間中，$A(3,-1,2)$、$B(-3,2,5)$，$\overline{AB}$ 在 yz 平面的投影長為：
(A) $3\sqrt{2}$　(B) $3\sqrt{5}$　(C) 3　(D) $3\sqrt{3}$ 。

7. 假設坐標空間中三相異平面 E_1、E_2、E_3 皆通過$(-1,2,0)$與$(3,0,2)$兩點，試問以下哪一點也同時在此三平面上？
(A) $(2,2,2)$　(B) $(1,1,1)$　(C) $(4,-2,2)$　(D) $(-2,4,0)$ 。

8. 下列哪一點在直線$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$上？
(A) $(2,3,4)$　(B) $(-1,-2,-3)$　(C) $(3,2,1)$　(D) $(3,5,7)$ 。

9. 自點$(2,5)$到圓 $x^2+y^2+5x+8y+2=0$ 之一切線段長為：
(A) 81　(B) 9　(C) $\frac{81}{2}$　(D) $9\sqrt{2}$ 。

10. 如下圖，$\triangle ABC$中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，已知$\overline{AB}=20$，$\sin B=\frac{3}{5}$，$\cot C=\frac{3}{4}$，則$\overline{AC}=$？



(A) 15　(B) 17　(C) 26　(D) 28 。

11. 設 $a<0$，$b<0$，$b^2-4ac>0$，則拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 之頂點恆在第幾象限？
(A)一　(B)二　(C)三　(D)四 。

12. 甲、乙、丙、…等十人圍一圓桌而坐，則甲、乙、丙三人相鄰而坐之機率為：
(A) $\frac{1}{9}$　(B) $\frac{1}{10}$　(C) $\frac{1}{11}$　(D) $\frac{1}{12}$ 。

13. 設 $f(x)$為二次函數，且不等式 $f(x) > 0$ 之解為$-3 < x < 6$，則 $f(3x) < 0$ 之解為：

(A) $-1 < x < 2$　(B) $x < -1$ 或 $x > 2$　(C) $x < -1$ 或 $x > 4$　(D) $-4 < x < 8$　。

14. 能使得 $\log_x(2x^2 + 3x - 2)$有意義的實數 x 之範圍為：

(A) $x > \frac{1}{2}$，但 $x \neq 1$　(B) $0 < x < 1$　(C) $-2 < x < \frac{1}{2}$　(D) $x > 0$，但 $x \neq 1$　。

15. 使矩陣$\begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{12} & -\sin\frac{\pi}{12} \\ \sin\frac{\pi}{12} & \cos\frac{\pi}{12} \end{bmatrix}^n = I_2$的最小自然數$n$為何？

(A) 12　(B) 18　(C) 24　(D) 30　。

16. 座標平面上直線 L：$y=3mx+(m+2)$，則直線 L 恆過哪一定點？

(A) $(0,-2)$　(B) $(0,2)$　(C) $(\frac{1}{3},2)$　(D) $(-\frac{1}{3},2)$　。

17. 若$\sum_{k=0}^{4}(ak+b)=30$，$\sum_{k=2}^{5}(ak+b)=54$，試求$a+b=$？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3　。

18. 下列敘述何者正確？

(A) $\frac{2}{3}+\frac{2^2}{3^2}+\ldots+\frac{2^n}{3^n}+\ldots>2$　(B) $\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\ldots+\frac{2}{3^n}+\ldots<1$

(C) $\frac{3}{4}+\frac{3}{4^2}+\ldots+\frac{3}{4^n}+\ldots=1$　(D) $\frac{7}{10}+\frac{7}{10^2}+\ldots+\frac{7}{10^n}+\ldots>\frac{8}{10}$　。

19. 設 k 為整數，$f(x)=2x^2-3x+1$，$g(x)=x^4-2x^2-3x+k$，若 $f(x)$與 $g(x)$有一次公因式，則 k 為：

(A) 2　(B) -2　(C) 3　(D) 4　。

20. 空間中四點 $O(0,0,0)$、$A(2,0,-1)$、$B(3,4,0)$、$C(4,k,1)$皆在同一平面上，則 $k=$？

(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8　。

21. 坐標平面上的圓 C：$(x+7)^2+(y-8)^2=9$ 上有多少個點與原點的距離正好是整數值？

(A) 10　(B) 11　(C) 12　(D) 13　。

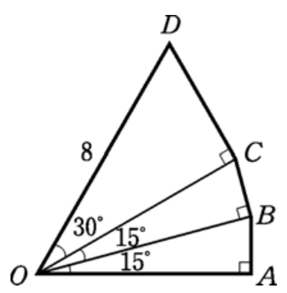
22. 設$\log_{64}\frac{1}{2}=M$，$\log_9 N=\frac{-1}{2}$，則 $6M+9N=$？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3　。

23. 在養分充足的情況下，細菌的數量會以指數函數的方式成長，假設細菌 A 的數量每兩個小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每三個小時可以成長為三倍。若養分充足且一開始兩種細菌的數量相等，則大約幾小時後細菌 B 的數量除以細菌 A 的數量最接近 10？

(A) 24 小時　(B) 48 小時　(C) 69 小時　(D) 113 小時　。

24. 下圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且$\overline{OD}=8$，問：直角三角形 OAB 的高 $\overline{AB}$ 為何？



(A) 1　(B) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{7}-1$　(D) $\sqrt{3}$　。

25. 求 $\log_2 \sin 30° + \log_2 \cos 30° + \log_2 \tan 30° + \log_2 \cot 30° + \log_2 \sec 30° + \log_2 \csc 30° =$？

(A)-2　(B)-1　(C) 0　(D) 1　。

26. 在△ABC 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=6$，則 $\overline{BC}$ 上的中線 $\overline{AM}$ 之長為：

(A) $\sqrt{41}$　(B) $2\sqrt{41}$　(C) $\dfrac{\sqrt{41}}{2}$　(D) $\sqrt{42}$　。

27. 橢圓Γ：$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-6)^2}=13$，短軸長為：

(A) 12　(B) 11　(C) 14　(D) 13　。

28. 設與 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 共焦點，且過點 $P(3 , 2)$ 的橢圓方程式為 $\dfrac{x^2}{p}+\dfrac{y^2}{q}=1$，求 $(p , q)=$？

(A) (9 , 4)　(B) (4 , 9)　(C) (10 , 15)　(D) (15 , 10)　。

29. 某次考試共有 10 題“5 選 1”的單一選擇題，小華完全不知道要考試，所以沒準備，答案準備全用猜的，請問他全猜對的機率是多少？

(A) $\dfrac{1}{10!}$　(B) $\dfrac{1}{2^{10}}$　(C) $\dfrac{1}{P^{10}_5}$　(D) $\dfrac{1}{5^{10}}$　。

30. 袋中有 8 個白球，x個紅球，已知從袋中取 2 個白球之機率為 $\dfrac{14}{39}$，試問x為何？

(A) 1　(B) 3　(C) 5　(D) 7　。

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分共計四十分。
(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣。五個選項全部答對得該題全部分數,只錯一個選項可得一半分數,錯兩個或兩個以上選項不給分。
(三) 請將正確答案以２B鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $P(x , y)$ 為坐標平面上一點，且滿足 $\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x+3)^2+(y+8)^2}=13$，則$P$點的位置可能在哪裡？

(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限

(E)原點　。

32. 在 xy 平面上，設 S：$x^2+y^2+2x-4y+k=0$，判斷下列敘述何者正確？

(A)若 $k=0$，則 S 為一個圓　(B)若 $k=5$，則 S 為一點

(C)若 $k=-5$，則 S 為虛圓　(D)若圓 S 切於 x 軸，則 $k=1$

(E)若 S 為一圓，則圓心為$(-1 , 2)$　。

33. 下列敘述何者正確？

(A) $\sin(180°+\theta)=\sin\theta$　(B) $\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$

(C) $\tan(90°+\theta)=-\cot\theta$　(D) $\sec(270°+\theta)=\csc\theta$

(E) $\csc(90°+\theta)=\sec\theta$　。

34. 下列敘述何者正確？

(A) 911 為質數　(B) 1 為質數　(C) -5 為質數　(D) 333333 之質因數有 5 個

(E)若 $n!=n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1$ 則 10！之質因數有 4 個　。

35. 設 $\omega=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}$，則下列何者正確？

(A) $\omega^{100}=\omega$

(B) $1+\omega+\omega^2=0$

(C) $(1+\omega)(1+\omega^2)=1$

(D) $(2-\omega)(2-\omega^2)(3-\omega)(3-\omega^2)=91$

(E) $\omega^{333}+\omega^{334}+\ldots+\omega^{566}=0$ 。

36. 下列何者正確？

(A) $0.\overline{9}<1$

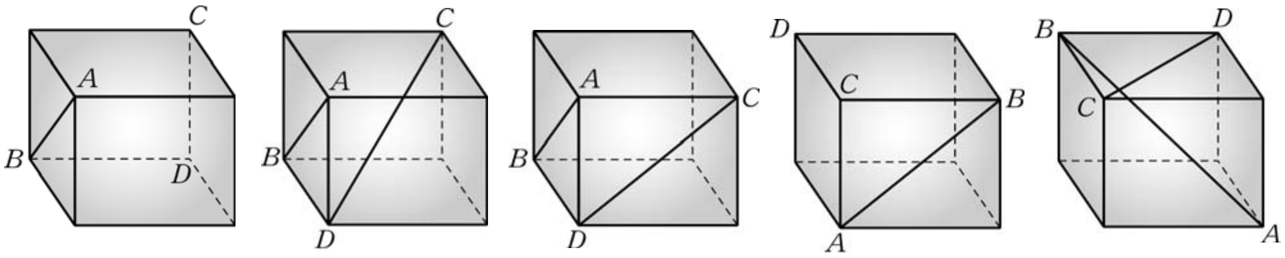
(B)循環小數均為有理數

(C) $0.1\overline{6}=\frac{1}{6}$

(D) $0.1\overline{6}>0.\overline{16}$

(E) $2.3\overline{15}=\frac{2291}{990}$ 。

37. 下列五個立方體中，何者可以得出 $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{CD}=0$？



圖一　圖二　圖三　圖四　圖五

(A)圖一　(B)圖二　(C)圖三　(D)圖四　(E)圖五 。

38. $P(-3,1,0)$，$Q(4,15,-7)$為直線 L：$\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$上兩相異點，且 L 與平面 E：$3x-y+2z-4=0$ 之交點的坐標為 $R(a,b,c)$，則：

(A) $d(P,E)=14$

(B) $d(Q,E)=21$

(C) $\overline{PR}:\overline{QR}=2:3$

(D) $d(P,E)=\sqrt{14}$

(E) $d(P,E)=\sqrt{21}$ 。

39. 在 xy 平面上，下列參數式何者的圖形為一個圓？

(A) $\begin{cases}x=1+2\cos\theta\\ y=-2-2\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in R)$

(B) $\begin{cases}x=1+\cos\theta\\ y=2\cos\theta\end{cases}$ $(\theta\in R)$

(C) $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ $(0\le\theta<\pi)$

(D) $\begin{cases}x=2\cos\theta-\sin\theta\\ y=\cos\theta+2\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\ge 0)$

(E) $\begin{cases}x=2-\cos 2\theta\\ y=1+\sin 2\theta\end{cases}$ $(0\le\theta\le\pi)$ 。

40. 設 θ 為銳角，則下列敘述何者正確？

(A) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(B) $\sin\theta\cos\theta=1$

(C) $\tan^2\theta-\sec^2\theta=1$

(D) $\tan\theta\cdot\csc\theta=\sec\theta$

(E) $\cot\theta=\cos\theta\cdot\csc\theta$ 。