

臺灣警察專科學校專科警員班第二十六期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。
 (二) 未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。
 (三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. $6666 \times 7777 + 8888$ 被 9 除的餘數為何？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
2. α, β 為 $2x^2 + 9x + 2 = 0$ 之二根，求 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 =$
 (A) $-\frac{5}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $-\frac{13}{2}$ (D) $\frac{13}{2}$
3. 令 $a = \sqrt{5}$ ， $b = \sqrt[3]{11}$ ， $c = \sqrt[4]{21}$ 則三數大小關係為何？
 (A) $a > b > c$ (B) $b > c > a$ (C) $c > a > b$ (D) $a > c > b$
4. 甲存入銀行 10000 元，言明年利率 2%，以半年複利計息，滿一年本利和為 Q 元。則 $Q =$
 (A) 10400 (B) 10404 (C) 10201 (D) 10200
5. 設 $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ， $i = \sqrt{-1}$ ， a, b 為實數，若 $2w^3 + aw^2 + 4w + 5 = -4 + bw$ ，試求數對 $(a, b) =$
 (A) $(11, -7)$ (B) $(11, 7)$ (C) $(-11, -7)$ (D) $(-11, 7)$
6. 將複數平面上一點 $P(-1 + i)$ 繞原點順時針方向旋轉 60° 而得出之點的複數坐標為
 (A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}i$ (B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ (C) $-\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ (D) $-\frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$
7. 試求 $(\log_4 5 + \log_2 \sqrt{125})(\log_{25} 8 - \log_5 \frac{1}{4}) =$
 (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 7 (D) 4
8. 化簡 $\frac{\sin(-\theta)}{\sin(180^\circ + \theta)} - \frac{\tan(270^\circ + \theta)}{\tan(\theta - 270^\circ)} - \frac{\cos(-\theta)}{\sin(90^\circ + \theta)}$ 的結果為何？
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
9. 下列何者正確？
 (A) 若 $\tan \theta = 1$ ，則 $\theta = 45^\circ$
 (B) 若 $\sin \theta = \frac{7}{25}$ ，則 $\cos \theta = \frac{24}{25}$
 (C) 角 θ 的終邊在第二象限，則 $\frac{\theta}{2}$ 的終邊在第一象限
 (D) 點 $P(\sin 3, \cot 3)$ 在第四象限
10. 下列敘述何者為真？
 (A) $\sin^{-1} \frac{\pi}{3}$ 有意義 (B) $\tan^{-1} \frac{\pi}{2}$ 沒有意義
 (C) $\cot \pi$ 有意義 (D) 若 $|x| \leq 1$ ，則 $\sin \sin^{-1} x = x$
11. 二向量 \vec{a}, \vec{b} ，若 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 5$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ ，求 $|3\vec{a} + 4\vec{b}| =$
 (A) 28 (B) 27 (C) 26 (D) 25

12. $a, b \in R$, 直線 $L: \frac{x-b}{a+b} = \frac{y-2b}{a} = \frac{z-2b}{2a}$ 落在平面: $x-2y+2z-2=0$ 上, 則數對 $(a, b) =$
- (A) $(-\frac{2}{3}, -2)$ (B) $(-\frac{2}{3}, 2)$ (C) $(\frac{2}{3}, 2)$ (D) $(\frac{2}{3}, -2)$
13. 設球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 55 = 0$ 上每個點與球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上的每個點之距離中最長者為 M , 則 $M = ?$
- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8
14. 圓 $C: x^2 + y^2 + kx + (k-4)y - (3+k) = 0$, 無論 k 為何實數, 圓 C 恆通過二定點 A, B , 則直線 AB 的方程式為何?
- (A) $x+y+1=0$ (B) $x+y-1=0$ (C) $x+2y-1=0$ (D) $x-y-1=0$
15. $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(3, -5)$, \overline{AB} 的中點為 $(3, 2)$, 重心為 $(4, 2)$, 則 C 點坐標為何?
- (A) $(1, 9)$ (B) $(6, 2)$ (C) $(5, 9)$ (D) $(2, 6)$
16. 方程組 $\begin{cases} x+y-2z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ x-2y+3z=a \end{cases}$ 有解, 則 $a =$
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6
17. $(3x - \frac{1}{27x^2})^{12}$ 展開式中之 x^3 項之係數為
- (A) -594 (B) -540 (C) -220 (D) -81
18. 若 A, B, C 為三事件, 且已知 $P(A) = \frac{4}{5}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(C) = \frac{1}{8}$, 則
- (A) A, B 不互斥 (B) $P(A \cap B) \geq \frac{1}{2}$ (C) A, C 互斥 (D) $P(B \cap C) \geq \frac{7}{8}$
19. 設 A, B, C, D, E, F 等 6 位小朋友排成一行去搭公車, 其中 A 年紀較小, 不敢排在首、尾兩個位置, 另 C, D 是好朋友, 一定要相鄰, 則其排法共有多少種?
- (A) 72 種 (B) 144 種 (C) 192 種 (D) 288 種
20. 在拋物線 $y^2 = 12x$ 上, 求一點 P , 使 P 到焦點 F 與定點 $A(3, 2)$ 之距離和 $\overline{PF} + \overline{PA}$ 為最小, 則 P 的坐標為
- (A) $(\frac{1}{3}, 2)$ (B) $(\frac{1}{3}, 1)$ (C) $(\frac{2}{3}, 2)$ (D) $(\frac{2}{3}, 1)$
21. 設圓 C' 過點 $A(4, 0)$ 且與圓 $C: (x+4)^2 + y^2 = 36$ 相切, 則圓 C' 的圓心 P 所成的圖形為
- (A) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ (B) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ (C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ (D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$
22. 設有 10 筆 (x_i, y_i) 的資料, x_1, \dots, x_n 之標準差 $S_x = 4$, y_1, \dots, y_n 之標準差 $S_y = 2$, 且相關係數 $r = 0.8$, 則 y 對 x 做迴歸其迴歸線的斜率為
- (A) 0.4 (B) 0.64 (C) 0.8 (D) 1
23. 某校橋藝社由甲、乙、丙三班同學組成, 各佔 40%, 30%, 30%。社員中甲班人數的 $\frac{1}{4}$, 乙班人數的 $\frac{1}{5}$, 丙班人數的 $\frac{1}{3}$ 也是籃球校隊的隊員。某次橋藝社推選新社長, 每人當選的機會均等, 則籃球隊員當選的機率為
- (A) $\frac{11}{50}$ (B) $\frac{12}{50}$ (C) $\frac{13}{50}$ (D) $\frac{14}{50}$

24. 二元二次方程式 $3x^2 + 7xy - 6y^2 - 19x - 2y + 20 = 0$ 之圖形為

- (A) 圓 (B) 橢圓 (C) 拋物線 (D) 兩條相交直線

25. $A = \begin{bmatrix} \cos 50^\circ & -\sin 50^\circ \\ \sin 50^\circ & \cos 50^\circ \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \cos 70^\circ & -\sin 70^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{bmatrix}$, 則 $AB =$

- (A) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

26. 設 $a, b \in R$, 若不等式 $ax^2 - x + b > 0$ 的解為 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 則數對 $(a, b) =$

- (A) $(6, 1)$ (B) $(6, -1)$ (C) $(-6, 1)$ (D) $(-6, -1)$

27. $x \in R$, $y = 3(4^x + 4^{-x}) - 10(2^x + 2^{-x})$ 之最小值為何?

- (A) 7 (B) -7 (C) -14 (D) 14

28. 設函數 $f(x)$ 在 $x = a$ 的導數為 $f'(a) = 2$, 則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h} =$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

29. 下列何者正確?

- (A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x^2} = \frac{1}{2}$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+3x}{3x^2+5} = \frac{4}{3}$ (C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2-1} = 0$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1} = 1$

30. 設錐線 $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 105 = 0$ 經旋轉變換後得新方程式為 $20x'^2 + by'^2 = c$, 則 $b+c$ 的值为

- (A) 105 (B) -105 (C) 110 (D) -110

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 之餘式為 $2x^2 + x - 7$, 則

- (A) $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 4 (B) $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 3
(C) $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 14 (D) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 $7x-11$
(E) $f(x)$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $11x+19$

32. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 則下列敘述何者正確?

- (A) $\log 5 = 0.6990$ (B) $\log 1.2 = 0.7910$
(C) $\log 0.018$ 的首數為 -1 (D) $\log 0.018$ 的尾數為 0.2552
(E) 3^{20} 有 10 位正整數

33. 設 $0^\circ < \theta < 45^\circ$, $\tan \theta + \cot \theta = \frac{25}{12}$, 則下列敘述何者正確?

- (A) $\sin \theta \cos \theta = \frac{12}{25}$ (B) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ (C) $\sin \theta - \cos \theta = -\frac{1}{5}$ (D) $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = -\frac{7}{25}$
(E) $\tan \theta = \frac{4}{3}$

34. 設 $\Gamma: \frac{x^2}{3-t} + \frac{y^2}{t-1} = 1$ ，下列何者正確？
- (A) Γ 表橢圓時， $t > 1$ (B) Γ 表長軸在 x 軸上之橢圓時， $2 < t < 3$
 (C) Γ 表長軸在 x 軸上之橢圓時， $1 < t < 2$ (D) Γ 表雙曲線時， $t < 1$ 或 $t > 3$
 (E) $t = 2$ 時，表一圓
35. 若二次曲線 $\Gamma: xy - 2x + y - 6 = 0$ ，則下列何者正確？
- (A) Γ 表一雙曲線
 (B) Γ 的對稱中心為 $(-1, 2)$
 (C) 將坐標軸旋轉 $\frac{\pi}{3}$ ，可使 Γ 的新方程式不具 xy 項
 (D) 正焦弦長 $= 4\sqrt{2}$
 (E) Γ 與直線 $y = 2$ 不相交
36. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax}{x-1} = b$ ，則下列何者正確？
- (A) $a = -1$ (B) $a + b = 0$ (C) $a < b$ (D) $a + 1 = b$ (E) $b = a + 2$
37. 設 A 、 B 、 C 均為 3×3 矩陣，下列敘述何者是正確的？
- (A) $AB = BA$ 恒成立 (B) 若 $AB = 0$ 則 $A = 0$ 或 $B = 0$
 (C) 若 $\det(A) \neq 0$ 且 $AB = AC$ 則 $B = C$ (D) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 恒成立
 (E) $AI_3 = I_3A = A$
38. 函數 $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x$ 在下列那些區間是遞增的？
- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(3, \infty)$ (E) $(1, 3)$
39. 某公司生產的產品中，每 15 個平均就有 4 個是不良品，今任取 3 個，取後不放回，則
- (A) 第一次取到不良品的機率為 $\frac{4}{15}$
 (B) 第二次取到不良品的機率為 $\frac{3}{14}$
 (C) 第三次取到不良品的機率為 $\frac{2}{13}$
 (D) 在第一次取到不良品的條件下，第三次取到不良品的機率為 $\frac{3}{14}$
 (E) 在第一次取到不良品的條件下，第三次取到不良品的機率為 $\frac{4}{15}$
40. x 、 y 為正實數，則下列何者正確？
- (A) $(x+y)\left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y}\right) \geq 16$ (B) $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{4}{x}\right) \geq 9$
 (C) $x + \frac{5}{x} \geq \sqrt{5}$ (D) $\sqrt{xy} \geq \frac{2xy}{x+y}$
 (E) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \geq 8$