

臺灣警察專科學校專科警員班第二十五期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。  
(二) 未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。  
(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. 設  $a, b \in N$ ， $2a^2 - b$  除以 5 餘 2， $a$  除以 5 餘 3，則  $b$  除以 5 的餘數為？  
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
2. 一直線  $L$  過點  $(2, 3)$  且在第一象限內與兩坐標軸所圍成的三角形面積之最小值為？  
(A) 6 (B) 8 (C) 12 (D)  $\frac{25}{2}$
3. 在複數平面上，滿足  $|z-i|=|z-5|$  的所有點  $z$  所成的圖形為？  
(A) 一直線 (B) 一圓 (C) 一橢圓 (D) 一雙曲線
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 + 3n + 1}{3n^2 - 2n + 5} = ?$   
(A)  $-\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{2}{3}$
5. 設  $x$  為實數，若無窮數列  $\langle (1-2x)^n \rangle$  收斂，則  $x$  的範圍為何？  
(A)  $0 < x < 1$  (B)  $0 < x \leq 1$  (C)  $0 \leq x < 1$  (D)  $0 \leq x \leq 1$
6. 有一無窮數列  $\langle a_n \rangle$ ，其一般項  $a_n = \sum_{k=1}^n k$ ， $n \in N$ ，則  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = ?$   
(A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) 2
7. 設  $f(x)$  為一實係數多項式，若  $f(3-4i)+6=0$ ，則  $f(3+4i)+2=?$   
(A) 8 (B) -4 (C)  $-4+4i$  (D)  $8+8i$
8. 設  $\alpha, \beta, \gamma$  為方程式  $x^3 - 3x^2 + x - 4 = 0$  之三根，則  $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$  之值為？  
(A) -5 (B) -1 (C) 4 (D) 9
9. 計算  $7^7 - 8 \cdot 7^6 + 9 \cdot 7^5 - 17 \cdot 7^4 + 20 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2 + 8 \cdot 7 + 2 = ?$   
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
10. 不等式  $(\log x)^2 < \log x^2$  的整數解有多少個？  
(A) 98 (B) 99 (C) 100 (D) 101
11. 若  $4^x - 8 \cdot 2^x + 2 = 0$  之兩根為  $\alpha, \beta$ ，則  $\alpha + \beta = ?$   
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12. 若  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，則  $\sqrt{1 - \sin 2\theta} - \sqrt{1 + \sin 2\theta} = ?$
- (A)  $2\sin \theta$                       (B)  $-2\sin \theta$                       (C)  $2\cos \theta$                       (D)  $-2\cos \theta$
13.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = \sqrt{10}$ ， $\overline{BC} = \sqrt{5}$ ， $\overline{CA} = 5$ ，則  $\triangle ABC$  的最大內角度數為？
- (A)  $45^\circ$                       (B)  $60^\circ$                       (C)  $120^\circ$                       (D)  $135^\circ$
14.  $\triangle ABC$  中，若  $\cos A \cos B = \sin A \sin B$ ，則  $\triangle ABC$  為何種三角形？
- (A) 正三角形                      (B) 銳角三角形                      (C) 直角三角形                      (D) 鈍角三角形
15. 設  $a = \sin 1$ ， $b = \sin 2$ ， $c = \sin 3$ ，則關於  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小順序，下列敘述何者正確？
- (A)  $c > b > a$                       (B)  $a > b > c$                       (C)  $c > a > b$                       (D)  $b > a > c$
16. 化簡  $\tan^{-1} \tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = ?$
- (A)  $\frac{2\pi}{3}$                       (B)  $\frac{\pi}{3}$                       (C)  $-\frac{\pi}{3}$                       (D)  $-\frac{2\pi}{3}$
17. 化簡  $\frac{(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ)(\sin 55^\circ + i \cos 55^\circ)}{\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ} = ?$
- (A)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       (B)  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$                       (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
18. 設  $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 1$ ， $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$ ，則  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為？
- (A)  $30^\circ$                       (B)  $60^\circ$                       (C)  $120^\circ$                       (D)  $150^\circ$
19. 在坐標平面上，點  $A(1, 2)$ ，點  $B(-3, 4)$ ，直線  $L: 3x - 4y + 10 = 0$ ，若  $\overline{AB}$  與直線  $L$  相交於  $P$  點，則  $\overline{AP} : \overline{PB}$  之值為？
- (A)  $\frac{1}{5}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C) 1                      (D)  $\sqrt{5}$
20. 設空間中，二平行平面  $E_1: 2x - y + 2z + 3 = 0$ ， $E_2: 4x - 2y + 4z - 9 = 0$ ，則  $E_1$  與  $E_2$  的距離為？
- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{5}{2}$                       (C) 2                      (D) 4
21. 空間中，一直線  $L: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ ， $t \in R$ ，落在平面  $E: x + ay + 2z = b$  上， $a, b \in R$ ，則數對  $(a, b) = ?$
- (A)  $(-1, 2)$                       (B)  $(-2, 1)$                       (C)  $(-3, 0)$                       (D)  $(-4, -1)$
22. 空間中，四點  $A(1, -1, 0)$ 、 $B(0, 1, 0)$ 、 $C(2, 3, 4)$ 、 $D(-1, 1, 3)$ ，則四面體  $ABCD$  的體積為？
- (A)  $\frac{13}{3}$                       (B)  $\frac{26}{3}$                       (C) 13                      (D) 26
23. 坐標平面上，有一圓  $C: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ ，自原點  $(0, 0)$ ，作圓  $C$  的切線段長為？
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4
24. 坐標平面上，拋物線  $\Gamma: x^2 + x - y - 8 = 0$  與直線  $L: 5x - y - 12 = 0$  相切於點  $P(a, b)$ ，則  $a + b = ?$
- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3

25. 甲、乙、丙...等 6 個人排成一列，甲排在乙、丙之前的方法有幾種？  
 (A) 90 (B) 120 (C) 150 (D) 240
26. 一袋中，有 10 個球，編號自 1 到 10 號，若每一球被選取的機會均等，自袋中任意取三球，則三球中任兩球不連號的機率為？  
 (A)  $\frac{7}{15}$  (B)  $\frac{9}{15}$  (C)  $\frac{12}{15}$  (D)  $\frac{14}{15}$
27. 一均勻骰子的 6 個面，點數分別為 1、1、2、2、3、3，將此骰子投擲四次，則此四次出現之點數和的期望值為？  
 (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
28. 若  $x+y+z \leq 12$ ，則  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的非負整數解有多少組？  
 (A) 91 (B) 220 (C) 455 (D) 495
29. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d \in R$ ， $a^2+b^2=4$ ， $c^2+d^2=9$ ，則  $ab+cd$  之最大值為？  
 (A) 13 (B)  $\frac{13}{2}$  (C) 6 (D) 5
30. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  均為正數，且  $x+y+z=1$ ，則  $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$  之最小值為？  
 (A) 6 (B) 14 (C) 36 (D) 196

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。  
 (二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。  
 (三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31.  $k \in R$ ，若  $||x|-3|=k$ ，則關於此方程式的解，下列敘述何者正確？  
 (A)  $k < 0$  時，無解  
 (B)  $k = 0$  時，有四相異實數解  
 (C)  $0 < k < 3$  時，有四相異實數解  
 (D)  $k = 3$  時，有三相異實數解  
 (E)  $k > 3$  時，有三相異實數解
32. 下列五個函數的圖形，哪些與直線  $y=x$  恰交於一點？  
 (A)  $y=2^{|x|}$  (B)  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$  (C)  $y=\log|x|$  (D)  $y=|\log x|$  (E)  $y=\log_{\frac{1}{10}} x$
33. 在空間中，下列敘述何者正確？  
 (A) 平行於同一平面的兩相異直線必平行  
 (B) 平行於同一直線的兩相異平面必平行  
 (C) 過已知平面外一點，恰有一直線與此平面平行  
 (D) 過已知平面外一點，恰有一平面與此平面平行  
 (E) 過已知直線外一點，恰有一直線平行於此直線

34. 圓  $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$  及一點  $P(4,5)$ ，則下列哪些選項中的直線過  $P$  點且與圓  $C$  相切？
- (A)  $L_1: 3x-4y+8=0$  (B)  $L_2: 4x-3y-1=0$  (C)  $L_3: 3x+4y-32=0$   
(D)  $L_4: 4x+3y-31=0$  (E)  $L_5: x=4$
35. 空間中，一點  $A(4, -4, 4)$  及一球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ ，設點  $A$  到球面  $S$  的最小距離為  $m$ ，最大距離為  $M$ ，則下列敘述何者正確？
- (A)  $2 < m < 5$  (B)  $5 < m < 8$  (C)  $8 < M < 11$  (D)  $11 < M < 14$  (E)  $M = 3m$
36. 關於方程式  $\left| \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2} - \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} \right| = k$  所代表的圖形  $\Gamma$ ，下列何者為真？
- (A)  $k=3$  時， $\Gamma$  為一雙曲線  
(B)  $k=4$  時， $\Gamma$  為一橢圓  
(C)  $k=5$  時， $\Gamma$  為兩射線  
(D)  $k=6$  時， $\Gamma$  為一線段  
(E)  $k=7$  時， $\Gamma$  圖形不存在
37. 把「庭院深深深幾許」七個字全取而排成一列，則下列敘述何者正確？
- (A) 任意排列，共有 840 種排法  
(B) 使其中三個「深」字完全連在一起的排法共有 360 種  
(C) 使其中三個「深」字完全分開的排法共有 360 種  
(D) 使其中三個「深」字恰有兩個「深」相鄰的排法共有 480 種  
(E) 使其中三個「深」字不完全連在一起的排法共有 720 種
38. 設  $A$ 、 $B$  為兩獨立事件，且  $P(A) = \frac{7}{12}$ ， $P(A \cup B) = \frac{19}{24}$ ，則：
- (A)  $P(B) = \frac{1}{2}$  (B)  $P(A|B) = \frac{7}{24}$  (C)  $P(A' \cap B) = \frac{5}{24}$   
(D)  $P(A'|B) = \frac{5}{12}$  (E)  $P(A'|B') = \frac{5}{12}$
39. 關於二次曲線  $\Gamma: xy = 4$ ，下列敘述何者正確？
- (A)  $\Gamma$  為一拋物線  
(B)  $\Gamma$  為一橢圓  
(C)  $\Gamma$  為一雙曲線  
(D)  $\Gamma$  兩焦點距離為 8  
(E)  $\Gamma$  的正焦弦長為  $4\sqrt{2}$
40. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} x-1 & 3 \\ 1 & x-3 \end{bmatrix}$ ，則下列那些選項中的  $x$  值，使得矩陣  $A$  的乘法反矩陣存在？
- (A)  $x=0$  (B)  $x=1$  (C)  $x=2$  (D)  $x=3$  (E)  $x=4$