

臺灣警察專科學校專科警員班第二十五期（正期學生組）新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一)三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

(二)未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

(三)請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- 正整數 1 到 300 中，將 3 的倍數去掉、再將 5 的倍數去掉，剩下的數由小至大排列，第 1 個數為 1、第 2 個數為 2、第 3 個數為 4，則第 65 個數為
(A) 121 (B) 122 (C) 136 (D) 137
- 已知 $1+i$ 為 $x^2 + ax - 2 = 0$ 之一根，則 $a =$
(A) -2 (B) 2 (C) $-2i$ (D) $2i$
- 有一複數等比數列，首項為 i ，第二項為 $i-1$ ，則此數列前四項之和為
(A) $4i+1$ (B) -5 (C) $-4i-1$ (D) 5
- 一個邊長為 n 的大正三角形中，共有 n^2 個單位的正三角形，如果每一個單位正三角形的邊恰有一根火柴棒，求邊長為 10 的大正三角形共用了幾根火柴棒？
(A) 159 (B) 162 (C) 165 (D) 168

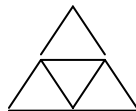
(提示)：邊長為 1

共用 3 根火柴棒



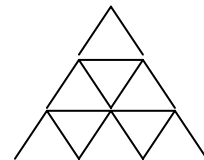
邊長為 2

共用 9 根火柴棒



邊長為 3

共用 18 根火柴棒



- $k \in \mathbb{Z}$ ，多項式 $f(x) = x^2 + k$ 與 $g(x) = x^3 + 3kx + 2$ 的最高公因式為 1 次式，則 $k =$
(A) -2 (B) 2 (C) -1 (D) 1
- 已知 $\deg f(x) \geq 3$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x^2 - 3x + 2)$ 、 $(x^2 - 4x + 3)$ 的餘式分別為 $2x+2$ 、 $x+3$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 5x + 6$ 之餘式為
(A) $x+6$ (B) $x-6$ (C) $2x+6$ (D) 6
- 下列何者為方程式 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ 之根？
(A) -1 (B) 6 (C) -2 (D) 3
- 設年利率為 20%，若依複利計算，則至少需要幾年(取整數年數)，本利和才會超過本金的 2 倍？(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
- 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 500$ 公尺， $\overline{BC} = 400$ 公尺，則 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑長為多少公尺？
(A) $50\sqrt{7}$ (B) $100\sqrt{7}$ (C) $200\sqrt{7}$ (D) $300\sqrt{7}$
- $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，且 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，則 $\sin 2\theta =$
(A) $\frac{24}{25}$ (B) $-\frac{24}{25}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $-\frac{1}{25}$
- $\triangle ABC$ 中，E 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$ ；又 D 為 $\overline{AB}$ 之中點， $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 交於點 F；若 $\overline{AF} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ，求數對 $(x, y) =$
(A) $(-\frac{2}{5}, \frac{2}{5})$ (B) $(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$ (C) $(\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$ (D) $(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5})$

(PS: $\overline{AF}$ 向量以 $\overline{AF}$ 表示)

12. A 點座標為(0, 6), B 點座標為(3, 0), C 點在 $\overline{AB}$ 之上, 且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$, 則 C 點座標為
 (A) (2, 2) (B) (1, 4) (C) (3, 3) (D) (2, 1)
13. 兩直線 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$, $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ 間的距離為
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
14. 設三平面 $x - y - z = k$, $kx - 3y - 4z = 6$, $x - ky - 3z = 4$, 若此三平面相異且相交於同一線, 則 $k =$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
15. 設 A 點為圓 $O: x^2 + y^2 - 16 = 0$ 上的動點, O 點為圓 O 之圓心, 且 A 點不在 x 軸與 y 軸上, 若四邊形 OBAC 為長方形, 求 $\overline{BC}$ 之長=
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
16. 空間中球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 上兩點 $A(1, -1, \sqrt{2})$, $B(1, 1, \sqrt{2})$, 一隻烏龜沿球面從 A 爬至 B, 其最短距離為
 (A) $\frac{1}{3}\pi$ (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) π (D) $\frac{4}{3}\pi$
17. 求拋物線 $y^2 + 8x - 2y + 17 = 0$ 之焦點坐標為
 (A) (-2, 1) (B) (-2, -1) (C) (1, -4) (D) (-4, 1)
18. 一橢圓短軸平行 y 軸, 中心為(-1, 2), 且過(-2, 4), 下列那一點會在橢圓上?
 (A) (3, 1) (B) (0, 4) (C) (-3, 3) (D) (4, 2)
19. 某校全校有男老師 45 人, 女老師 108 人, 其中兼任導師者有 66 人, 已知不兼任導師的男老師有 34 人, 求不兼任導師的女老師有幾人?
 (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53
20. 量販店年終大拍賣, 將賣出十支不同的雙節棍, 其中有四支每賣一支賠 20 元, 另三支每賣一支賠 5 元, 另三支每賣一支賺 10 元; 周杰倫要挑十支中的任三支來買, 若該店不賺不賠, 則周杰倫的挑法有幾種?
 (A) 2 (B) 21 (C) 120 (D) 720
21. 籃球 3 人鬥牛賽, 共有甲、乙、丙...等 9 人參加, 組成 3 隊, 求甲、乙兩人不在同一隊的機率=
 (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$
22. 有一種遊戲輸贏規則如下: 擲 2 枚公正的硬幣, 若 2 枚硬幣都是正面, 可贏 4 元; 若 2 枚硬幣一正面一反面, 可贏 2 元; 若 2 枚硬幣都是反面, 則輸 12 元。如此, 玩一次的期望值(贏為正, 輸為負)為幾元?
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
23. 變量 X 之算術平均數為 10, 標準差為 3, 且 $-2X = 3Y - 5$, 則 Y 之標準差為
 (A) 3 (B) -3 (C) 2 (D) -2
24. 設 A、B 皆為二階方陣, I 為二階單位方陣, O 為二階零方陣。試問下列各敘述何者為真?
 (A) 若 $\det(A) \neq 0$, 則 $(AB)^m = A^m B^m$ (B) 若 $\det(A) \neq 0$, 則 $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
 (C) 若 $\det(A) \neq 0$, 則 $AB = BA$ (D) 若 $AI = O$, 則 $A = O$
25. 已知 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$, 則 $y =$
 (A) -20 (B) -10 (C) 10 (D) 20
26. 已知正四面體 ABCD, $\overline{AB}$ 之長為 $2\sqrt{3}$, 則正四面體 ABCD 之體積為
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $3\sqrt{2}$

27. 某工廠需用三種原料 A、B、C 製成兩種成品甲和乙。若甲成品每公斤需 A 原料 6 公斤、B 原料 4 公斤、C 原料 12 公斤，可得利潤 2 萬元；乙成品每公斤需 A 原料 4 公斤、B 原料 6 公斤、C 原料 3 公斤，可得利潤 6 萬元。今買進三種原料 A、B、C 各 20、10、15 公斤，若依據上述來計畫生產，則應生產甲成品 x 公斤、乙成品 y 公斤，才可得最大利潤。則最大利潤為幾萬元？
 (A) 10 (B) 12 (C) 6 (D) 8
28. x 的二次不等式 $ax^2 - 2ax + 2a - 3 < 0$ 無解，則 a 的範圍為
 (A) $a \geq 1$ (B) $a \geq 2$ (C) $a \geq 3$ (D) $a \geq 4$
29. $y = 3 + 5\sin x - 2\sin^2 x$ ($x \in \mathbb{R}$) 之最大值為
 (A) $\frac{49}{8}$ (B) 6 (C) 5 (D) 3
30. 設 $a > 0$ ，橢圓 $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ ，在 $(x, y) \rightarrow (3x, ay)$ 的伸縮變換下，變成一圓，則 $a =$
 (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列各數列何者收斂？
 (A) $\langle (-\frac{1}{2})^{n-1} \rangle$ (B) $\langle \frac{2^n + 3^n}{3^n} \rangle$ (C) $\langle 3 \cdot (-1)^n \rangle$ (D) $\langle (\frac{\pi}{3})^n \rangle$ (E) $\langle (0.\bar{9})^n \rangle$
32. 實係數三次多項式 $f(x) = x^3 - 4x + 2$ ，在下列哪些區間可以找到一個實數 p ，使得 $f(p) = 0$
 (A) 2 與 3 之間 (B) 1 與 2 之間 (C) 0 與 1 之間 (D) -2 與 -1 之間 (E) -4 與 -3 之間
33. $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 是一個整係數 n 次多項式， $a, b \in \mathbb{Z}$ 且互質。下列選項何者正確？
 (A) $c \in \mathbb{R}, x - c \mid f(x)$ 是 $f(c) = 0$ 的充要條件
 (B) $a \mid a_n, b \mid a_0$ 是一次式 $ax - b$ 為 $f(x)$ 之因式的充要條件
 (C) 若 n 為奇數，則 $f(x) = 0$ 必有實根
 (D) 若 n 為奇數，則 $f(x) = 0$ 必有有理根
 (E) 若 $f(2i+3) = 0$ ，則 $f(2i-3) = 0$
34. 若 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，且二次函數 $f(x) = ax^2 + bx - 3$ 的圖形經過 $(2, -1)$ 且和 x 軸不相交，下列何者為真？
 (A) $a > 0$ (B) $b^2 + 12a < 0$ (C) 和 y 軸交於 $(0, -3)$ (D) $a + b - 3 > 0$ (E) 圖形必經過 $(-2, 7)$
35. 觀察相關函數圖形判斷下列何者為真？
 (A) $2^x = \log_2 x$ 有實數解 (B) $2^x = x^2$ 有二個實數解
 (C) $x \in \mathbb{R}$ 時， $2^x > x$ 恆成立 (D) $x > 0$ 時， $2^x > x^2$ 恆成立
 (E) $(\frac{1}{2})^x = \log_{\frac{1}{2}} x$ 有實數解
36. 在三元一次方程組中，下列哪些選項正確？
 (A) 若方程組無解，則 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$
 (B) 若方程組無限多解，則 $\Delta = 0$
 (C) 若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$ ，則方程組無限多解
 (D) 若方程組無解，則 $\Delta = 0$
 (E) 若方程組無解，則 $\Delta = 0$ ，且 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 有一不為 0

37. 關於雙曲線 $\left| \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2} - \sqrt{(x+8)^2 + (y-2)^2} \right| = 12$ ，下列何者為真？
- (A) 中心為 $(4, -2)$ (B) 正焦弦長為 4
 (C) 焦點為 $(4, 6)$ 和 $(-8, 2)$ (D) 圖形為等軸雙曲線
 (E) 實軸方程式為 $x-3y+14=0$
38. 話劇社共有男生 6 人、女生 5 人，今欲派 5 人去參加英文話劇比賽，規定男生女生各至少 2 人，下列選法何者正確？
- (A) $C_2^6 C_2^5 C_1^7$ (B) $C_1^6 C_1^5 C_1^5 C_1^4 C_1^7$
 (C) $C_3^6 C_2^5 + C_2^6 C_3^5$ (D) $C_1^6 C_1^5 C_1^4 C_1^5 C_1^4 + C_1^6 C_1^5 C_1^5 C_1^4 C_1^3$
 (E) $C_5^{11} - C_5^6 - C_5^5 - C_4^6 C_1^5 - C_4^5 C_1^6$
39. 設 P_1 代表丟兩個相同骰子，出現點數 1 與 2 的機率； P_2 代表丟兩個不同骰子，出現點數 1 與 2 的機率； N_1 代表丟兩個相同骰子，樣本空間中的元素個數； N_2 代表丟兩個不同骰子，樣本空間中的元素個數。則下列何者為真？
- (A) $N_1 = N_2$ (B) $P_1 < P_2$ (C) $N_1 < N_2$ (D) $P_1 = P_2$ (E) $P_1 > P_2$
40. 下列何者為真？
- (A) 橢圓內接最大面積的矩形，此矩形必為正方形
 (B) 過點 $(3, 4)$ 可做 2 條切線與雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 相切
 (C) 過點 $(0, 0)$ 可做 1 條切線與雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 相切
 (D) 等軸雙曲線的正焦弦長等於實軸長
 (E) 若 Γ_1 、 Γ_2 互為共軛雙曲線，又雙曲線 Γ_1 的兩焦點間的距離為 4，則 Γ_2 的兩焦點間的距離亦為 4