

臺灣警察專科學校專科警員班第二十四期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一)三十題，題號自第1題至第30題，每題二分，計六十分。

(二)未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

(三)請將正確答案以2B鉛筆劃記於答案卡內。

- 「若來過，必留痕跡」這句話，在邏輯上與下列何者同義？
 (A)若沒來過，必不留痕跡 (B)若有留痕跡，必曾來過
 (C)若無痕跡，必不曾來過 (D)若有留痕跡，必不曾來過
- 兩正整數 a, b ，若以 b 除 a 得餘數 512，再以 512 除 b 得餘數 160，則 a, b 之最大公因數為
 (A) 16 (B) 32 (C) 160 (D) 512
- $\frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \dots, \frac{100}{100}$ 這 100 個分數中，有幾個是最簡分數？
 (A) 36 (B) 40 (C) 44 (D) 48
- 無窮級數 $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{27} + \frac{2}{81} + \dots + \frac{1}{3^{2n-1}} + \frac{2}{3^{2n}} + \dots$ 的和為
 (A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) 1
- 在坐標平面上有兩定點 $A(1, 3), B(4, 0)$ ，若直線 $L: y=mx-1$ 與線段 \overline{AB} 相交，則 m 的範圍為
 (A) $-2 \leq m \leq 1$ (B) $\frac{1}{2} \leq m \leq 3$ (C) $\frac{1}{4} \leq m \leq 4$ (D) $2 \leq m \leq 7$

6. 請觀察下面圖形的變化：

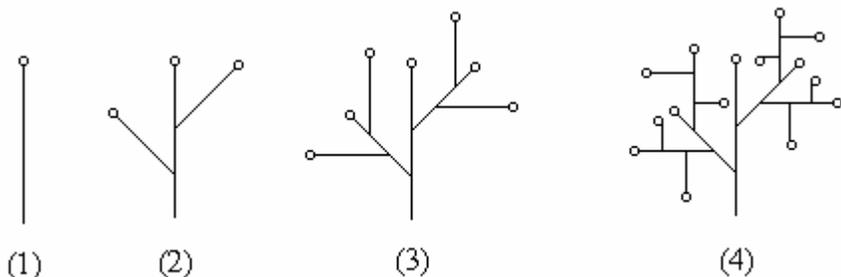


圖 1 是基本圖(一個線段及一圓點)，圖 2 是由圖 1 中線段的兩個三分點各新增一個基本圖，圖 $n+1$ 是由圖 n 中每個新生線段的兩個三分點各新增一個基本圖，如此繼續，試問圖 6 中有幾個圓點？

- (A) 57 (B) 59 (C) 61 (D) 63
- 設 $F(x) = 1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8+x^9$ ， $G(x) = 1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5+7x^6+8x^7+9x^8+10x^9$ ，則 $F(x), G(x)$ 兩多項式的乘積中， x^{10} 項的係數為
 (A) 55 (B) 54 (C) 45 (D) 44
- 設 $m, n \in \mathbb{R}$ ， $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ ，若 $f(x)$ 以 $x-1$ 除之餘 2，以 $x+2$ 除之恰好除盡，則 $m =$
 (A) 2 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
- 已知方程式 $2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3 = 0$ 恰有一個介於 0 與 2 之間的有理根，則這個根為
 (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

10. $\frac{2^{12} \cdot 2^{20}}{(2^5)^6} - (\sqrt[3]{3})^6 + \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{3}{2}} =$

- (A) 120 (B) $129 - 3\sqrt[3]{3}$ (C) -130 (D) $-5\frac{1}{125}$

11. $\log \frac{4}{7} - \frac{4}{3} \log \sqrt{8} + \frac{2}{3} \log \sqrt{343} =$

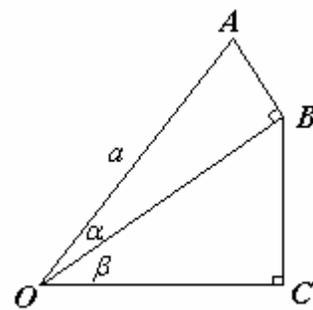
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 7

12. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 則 6^{20} 是幾位數?

- (A) 16 (B) 15 (C) 14 (D) 13

13. 如右圖, $\overline{OA} = a$, $\angle AOB = \alpha$, $\angle BOC = \beta$, $\overline{AB} \perp \overline{OB}$, $\overline{BC} \perp \overline{OC}$, 則 $\overline{BC} =$

- (A) $a \sin \alpha \sin \beta$
 (B) $a \cos \alpha \cos \beta$
 (C) $a \sin \alpha \cos \beta$
 (D) $a \cos \alpha \sin \beta$



14. $\sin 150^\circ \cdot \cos 300^\circ + \tan 240^\circ \cdot \cot 480^\circ =$

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{5}{4}$

15. 一個三角形的三邊長為 7, 8, 9, 則此三角形面積為

- (A) 24 (B) $12\sqrt{5}$ (C) $12\sqrt{6}$ (D) 36

16. 在地面上一點 A 測得某座山仰角為 30° , 沿著水平線向山前進 200 公尺至 B 點, 再量得仰角為 45° , 則山高為多少公尺?

- (A) $100(\sqrt{3} - 1)$ (B) $100\sqrt{3}$ (C) $100(\sqrt{3} + 1)$ (D) $200(\sqrt{3} + 1)$

17. 設圓 C 是圓心位於坐標原點的圓, 若角 θ (位於標準位置) 之終邊與圓 C 交於點 $(1, \sqrt{3})$, 則角 2θ (位於標準位置) 之終邊與圓 C 交點坐標為

- (A) $(-1, \sqrt{3})$ (B) $(-\sqrt{3}, 1)$ (C) $(-2, 2\sqrt{3})$ (D) $(-3, \sqrt{3})$

18. 設複數 $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$, 則 $z^9 =$

- (A) $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ (B) -1 (C) -i (D) 1

19. 某人在地平面上畫了一個坐標系, 他從坐標系的原點 O 出發, 沿著東 30° 北的方向走了 4 個單位的距離至 A 點, 然後向左轉, 沿著垂直 \overline{OA} 的方向走了 2 個單位的距離至 B 點, 則 B 點的坐標為

- (A) (3, 4) (B) $(1 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ (C) $(2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ (D) $(2\sqrt{3} - 1, 2 + \sqrt{3})$

20. 在平面坐標系中有三個點 $A(-1, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 4)$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

21. 在空間坐標系中有三個點 $A(1, 0, 0)$, $B(2, 2, 3)$, $C(4, 2, 1)$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為

- (A) $2\sqrt{6}$ (B) $3\sqrt{6}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 4

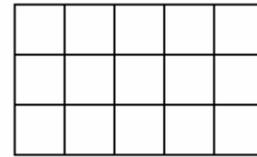
22. 已知空間中平面 $E: x+y+z=4$ 與球面 $S: (x-1)^2+y^2+z^2=9$ 相交於一圓 C ，試問圓 C 面積為何？

- (A) 3π (B) 4π (C) 5π (D) 6π

23. 承上題，圓 C 之圓心坐標為何？

- (A) (1, 1, 1) (B) (2, 1, 1) (C) (1, 2, 1) (D) (1, 1, 2)

24. 右圖是由 5×3 個邊長為 1 的正方形所形成的圖形，若不限邊長為 1，則圖形中大大小小的正方形總共有多少個？



- (A) 24 (B) 25
(C) 26 (D) 27

25. 承上題，圖形中大大小小的長方形及正方形總共有多少個？

- (A) 90 (B) 72 (C) 68 (D) 64

26. 投擲一公正骰子三次，點數愈投愈大之機率為

- (A) $\frac{4}{45}$ (B) $\frac{5}{54}$ (C) $\frac{7}{72}$ (D) $\frac{7}{36}$

27. 抽屜中有 3 雙黑襪，2 雙白襪，1 雙紅襪，假設襪子大小尺寸式樣皆同，僅顏色不同，今摸黑白其中任取 2 隻，恰為一雙之機率為

- (A) $\frac{5}{33}$ (B) $\frac{3}{11}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{25}{66}$

28. 點 $P(a, b)$ 在圓 $(x-3)^2+(y-4)^2=1$ 上變動時， $\sqrt{a^2+b^2}$ 之最大值為

- (A) 5 (B) $\sqrt{30}$ (C) $5+\sqrt{2}$ (D) 6

29. 一繩(無彈性)長 10，兩端分別釘在坐標平面上的 $(-2, 0)$, $(2, 0)$ 兩點上，用一支筆將繩繃直，沿內緣移動，可畫出一橢圓，則此橢圓之方程式為

- (A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ (B) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ (C) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ (D) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$

30. 當平面上的直角坐標系以原點為中心旋轉 30° 時，原來坐標為 $(1, \sqrt{3})$ 的點，其新坐標為

- (A) $(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}+1)$ (B) $(\sqrt{3}, 1)$ (C) $(\sqrt{2}, \sqrt{6})$ (D) $(\sqrt{6}, \sqrt{2})$

貳、多重選擇題：(一) 共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

(二) 每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 關於方程式 $x(x-2)+0.1=0$ 的兩根，下列敘述何者為真？

- (A) 兩根皆大於 -1 (B) 兩根皆大於 0 (C) 兩根皆大於 1 (D) 兩根皆大於 2 (E) 兩根為虛根

32. 觀察某一細菌的繁殖情況，發現其數量的成長呈現指數函數的型態。也就是，若最初觀察時的數量為 N_0 ，

x 天後之細菌數為 N_x ，則 $\frac{N_x}{N_0} = a^x$ ，其中 a 為某一正數。今已知 3 天後觀察細菌的數量 N_3 為 N_0 的

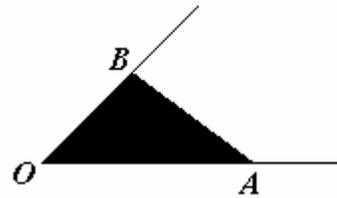
30 倍，則

- (A) $\frac{N_4}{N_0} \geq 50$ (B) $\frac{N_4}{N_0} \geq 90$ (C) $\frac{N_7}{N_0} \geq 1000$ (D) $\frac{N_9}{N_0} \geq 2000$ (E) $\frac{N_9}{N_0} \geq 3000$

33. 設 $p = \sqrt{3} \sin 35^\circ + \cos 35^\circ$ ，則下列何者為真？

- (A) $p > \frac{1}{2}$ (B) $p > \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $p > 1$ (D) $p > \sqrt{2}$ (E) $p > \sqrt{3}$

34. 平面上有不共線三點 O 、 A 、 B 如右圖，試問下列哪個向量的終點(以 O 為始點)會落在 OAB 區域內(含邊界線)？



- (A) $\vec{OA} + \vec{OB}$ (B) $\frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$
 (C) $-\frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$ (D) $\frac{3}{5}\vec{OA} + \frac{2}{5}\vec{OB}$
 (E) $\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{OA} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{OB}$

35. 關於拋物線 $y = x^2$ ，下列何者為真？

- (A) 頂點為 $(0, 0)$ (B) 焦點為 $(0, 1)$ (C) 準線為 $y = -\frac{1}{4}$ (D) 正焦弦長為 1 (E) x 軸為其對稱軸

36. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，若矩陣 $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $AX = B$ ，則下列何者正確？

- (A) $a = 4$ (B) $b = -2$ (C) $c = 3$ (D) $d = 2$ (E) $a + b + c + d = -1$

37. 一袋中有 1 白球 4 黑球，甲乙兩人輪流由袋中取球，由甲先開始，每次取一球，以先得白球者為勝。若取得黑球，仍投回袋中，再由另一人取球。按此規則，若甲勝的機率為 p ，乙勝的機率為 q ，則下列何者為真？

- (A) $0.4 < p < 0.6$ (B) $0.5 < p < 0.7$ (C) $p = q$ (D) $0.4 < q < 0.6$ (E) $p + q = 1$

38. 下列每一個選項都表示一個 x 的範圍，試問哪個範圍其中的每一個 x 皆滿足不等式 $(1 + \sin x) \cdot \cos x \leq 0$ ？

- (A) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ (B) $0 \leq x \leq \pi$ (C) $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ (D) $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ (E) $\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

39. 把一雷射光源放在橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 內的 $P(-3, 0)$ 點上。假設此光源發出的雷射光呈一直線進行，不會散射。

試問當光線射向下列橢圓上的哪一點時，會使其反射線(僅考慮一次反射)經過點 $Q(3, 1)$ ？

- (A) $(0, 4)$ (B) $(0, -4)$ (C) $(3, \frac{16}{5})$ (D) $(-3, \frac{16}{5})$ (E) $(3, -\frac{16}{5})$

40. 下列哪一個複數會滿足方程式 $z^3 = -1$ ？

- (A) $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ (B) $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ (C) $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ (D) $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3} + i}{2}$

數學標準答案

題號	答 案
1	C
2	B
3	B
4	A
5	C
6	D
7	B
8	D
9	D
10	A
11	B
12	A
13	D
14	C
15	B
16	C
17	A
18	B
19	D
20	C
21	A
22	D
23	B
24	C
25	A
26	B
27	C
28	D
29	A
30	B
31	AB
32	ABCDE
33	ABCDE
34	BD
35	ACD
36	BCDE
37	ABDE
38	CDE
39	CE
40	AD