

臺灣警察專科學校專科警員班第二十二期（正期學生組）新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：二十題，題號自第 題至第 題，每題三分，計六十分。

未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。

請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5^n} =$ (A) $\frac{15}{16}$ (B) $\frac{15}{4}$ (C) $\frac{19}{16}$ (D) $\frac{3}{4}$
2. 設 $f(x) = 357x^5 - 699x^4 - 35x^3 + 9x^2 + 37x + 10$ ，則 $f(2) =$ (A) 80 (B) 90 (C) 100 (D) 110
3. $A(3, 3)$ ， $B(-1, -5)$ ， $C(6, 0)$ ，則 ABC 之外心坐標為：
(A) $(\frac{5}{3}, -\frac{3}{2})$ (B) $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$ (C) $(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3})$ (D) $(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$
4. 二次方程式 $x^2 + 7x + 4 = 0$ 之二根為 α, β ，則 $(\alpha^2 + 7)(\beta^2 + 7) =$
(A) 7 (B) 4 (C) 49 (D) 16
5. 設 $a \in R$ ，且方程式 $x^2 + (i-3)x + 2a + i = 0$ 有實根，則 $a =$ (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -6
6. $\sin^2 28^\circ + \sin^2 34^\circ + \sin^2 56^\circ + \sin^2 62^\circ =$ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
7. ABC 中，已知三邊長為 7, 8, 9，則 ABC 面積為：(A) $6\sqrt{5}$ (B) $12\sqrt{5}$ (C) $18\sqrt{5}$ (D) $24\sqrt{5}$
8. 設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 且 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ ，則 $\tan \frac{\theta}{2} =$ (A) $-\frac{3}{4}$ (B) -3 (C) $-\frac{24}{7}$ (D) -5
9. 方程式 $2^{-|x|} = x$ 有幾個解？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
10. $n \in N$ ，若 $\log(\log n) = 2$ ，則 n 是幾位數？ (A) 100 (B) 200 (C) 101 (D) 201
11. $(4x^4 - \frac{1}{2x^3})^7$ 展開式的常數項為： (A) 80 (B) 100 (C) 120 (D) 140
12. 袋中有 7 個白球，5 個黑球，自袋中一次取出兩球，則兩球同為白球的機率為：
(A) $\frac{7}{12}$ (B) $\frac{7}{22}$ (C) $\frac{7}{44}$ (D) $\frac{7}{66}$
13. 若 $C_{k-1}^n : C_k^n : C_{k+1}^n = 3 : 4 : 5$ ，則 $n =$ (A) 14 (B) 28 (C) 46 (D) 62
14. 一袋中有 5 個球，分別編號 1, 2, 3, 4, 5，且每球被取中的機率相同，若一次取兩球，則兩球編號差之期望值為：
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
15. 設並列之兩變量 x 與 y 的相關係數為 0.35，則 $2x+3$ 與 $3y+2$ 的相關係數為：
(A) 0.35 (B) -0.35 (C) -1 (D) 1
16. 求極限 $\lim_{x \rightarrow 6} (\frac{2x-17}{x^2-7x+6} + \frac{x-5}{x-6}) =$ (A) 不存在 (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{6}{5}$ (D) $\frac{8}{5}$
17. 求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+3n} - n) =$ (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$
18. 利用轉軸變換旋轉一個銳角 θ ，使曲線 $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 2x + 28y - 7 = 0$ 的方程式中沒有 xy 項，則 $\cos 2\theta =$ (A) $-\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$
19. 已知 $t \in R$ ，若方程式 $x^2 - (t+12)x + (t^2+45) = 0$ 有實根，則 $t^2 - 10t + 30$ 的極大值為：
(A) 5 (B) 9 (C) 11 (D) 14
20. 設 $x+y=1$ ， $x \geq 0$ 且 $y \geq 0$ ，則 $2^x + 2^y$ 之最大值為：(A) 2 (B) 3 (C) $2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

貳、多重選擇題：十題，題號自第 題至第 題，每題四分，計四十分。
 每題五個選項各自獨立，每題皆不倒扣，全部答對得該題全部分數，只錯一個選
 項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。
 請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

21. 三次方程式 $x^3+x^2-2x-1=0$ 在下列哪些連續整數之間有根？

- (A) -2 與 -1 之間 (B) -1 與 0 之間 (C) 0 與 1 之間 (D) 1 與 2 之間 (E) 2 與 3 之間

22. 下列何者為真？

- (A) $\sin 65^\circ > \cos 65^\circ$ (B) $\cos 15^\circ < \sin 15^\circ$ (C) $\sin 220^\circ > \cos 220^\circ$
 (D) $\csc 58^\circ < \sec 58^\circ$ (E) $\cos 3 > \sin 3$

23. 設 $f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$ ，則下列何者為真？

- (A) $f(x)$ 為一元三次多項式 (B) $f(1) = 0$ (C) $f(2) = 0$ (D) $f(3) = 0$ (E) $f(0) = 0$

24. 下列有關數的敘述，何者正確？

- (A) $\sqrt{2}$ 為有理數 (B) $3i > 2i$ (C) $|1+i| = |1-i|$
 (D) $3.\overline{12}$ 為有理數 (E) 有理數與無理數的乘積必為無理數

25. 考慮函數 $f(x) = \sin x + \cos x$ ，試問下列何者正確？

- (A) $-1 \leq f(x) \leq 1$ (B) 週期 2π (C) 振幅 $2\sqrt{2}$ (D) $f(2) > 0$ (E) 對稱於原點

26. 已知橢圓 Γ 的方程式為 $2x^2+y^2-4x+4y+2=0$ ，則：

- (A) 中心 $(1, -2)$ (B) 短軸長 4 (C) 正焦弦長 2 (D) 內接正方形面積 8 (E) 焦點坐標 $(1, -2 \pm \sqrt{2})$

27. 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，若 $A^3 - 2A^2 + 5I_3 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ ，則：

- (A) $a = 5$ (B) $b = 6$ (C) $c = 14$ (D) $a + b + c = 25$ (E) $a + b + c = 23$

28. 在空間中，下列敘述哪些是正確的？

- (A) 垂直於同一直線的兩條線必平行 (B) 過線外一點與該線垂直的平面恰一個
 (C) 過線外一點恰有一線與該線平行 (D) 相異兩線若不平行則必相交
 (E) 過直線 L 上一點恰有一線垂直於 L

29. ABC 的重心為 G ，若 $|\overrightarrow{AG}| = 1$ ， $|\overrightarrow{BG}| = 2$ ， $|\overrightarrow{CG}| = \sqrt{2}$ ，則下列何者為真？

- (A) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (B) $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = -\frac{3}{2}$ (C) $\sin \angle AGB = \frac{\sqrt{7}}{4}$
 (D) AGB 面積 $= \frac{\sqrt{7}}{4}$ (E) ABC 面積 $= \frac{3\sqrt{7}}{4}$

30. 投擲一個公正的骰子三次，依次得點數 a ， b ， c 則：

- (A) $a = b = c$ 的機率為 $\frac{1}{216}$ (B) $a \leq b \leq c$ 的機率為 $\frac{7}{27}$ (C) $a < b < c$ 的機率為 $\frac{5}{54}$
 (D) $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 的機率為 $\frac{5}{9}$ (E) $a + b + c = 7$ 的機率為 $\frac{1}{12}$

甲組數學標準答案

題號	答 案	得 分	扣 分
1	D	3.00	0.75
2	A	3.00	0.75
3	B	3.00	0.75
4	D	3.00	0.75
5	B	3.00	0.75
6	C	3.00	0.75
7	B	3.00	0.75
8	B	3.00	0.75
9	A	3.00	0.75
10	C	3.00	0.75
11	D	3.00	0.75
12	B	3.00	0.75
13	D	3.00	0.75
14	A	3.00	0.75
15	A	3.00	0.75
16	D	3.00	0.75
17	C	3.00	0.75
18	C	3.00	0.75
19	D	3.00	0.75
20	B	3.00	0.75
21	ABD	4.00	0.00
22	ACD	4.00	0.00
23	ABC	4.00	0.00
24	CD	4.00	0.00
25	BD	4.00	0.00
26	AC	4.00	0.00
27	AC	4.00	0.00
28	BC	4.00	0.00
29	ABCDE	4.00	0.00
30	BCD	4.00	0.00