

105年公務人員特種考試司法人員、法務部  
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報  
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：40860

全一頁

考試別：調查人員  
等別：三等考試  
類科組：電子科學組  
科目：工程數學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、有一飛行中的子彈，在時間  $t$  時，其運動彈道之參數式 (parametric equation) 為  $X = [2 \cos(2t), 2 \sin(2t), 3t]$ ，試求：

(一)子彈之速度 (velocity) 與速率 (speed) 各為何？ (10分)

(二)若子彈從點  $A = (2, 0, 0)$  飛行至點  $B = (2, 0, 3\pi)$ ，則對應之彈道曲線長度為何？ (10分)

二、有一矩陣  $A$ ，已知其特徵值 (eigenvalue) 為 3 時，對應之特徵向量 (eigenvector) 為  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，

而特徵值是 -2 時，對應之特徵向量為  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，試計算  $A^2 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  為何？ (20分)

三、設  $f(x) = \begin{cases} \tan^{-1} x, & x \in (0,1) \\ 3 \sin^{-1} \left( \frac{x}{2} \right) + 1, & x \in (-1,0] \end{cases}$  又，在  $(-1, 1)$  區間內， $f(x)$  之 Fourier 級數可用下述

的  $g$  函數表示之： $g(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\pi x) + b_n \sin(n\pi x)]$ ，若此  $g$  函數之 Fourier 級數

表示式亦適用於  $(-1, 1)$  之區間，則  $g(3) + g(4) + g(\sqrt{3})$  之值為何？ (20分)

四、有一偏微分方程式如下： $u_{xx} = u_t$ ，其中  $0 < x < \pi$ ，且  $t > 0$ 。又其邊界與初始條件各為：  
 $u_x(0, t) = 0$ ， $u_x(\pi, t) = 0$ ， $u(x, 0) = (x - \pi/2)^2$ 。若上述方程式之解可表示為：

$u(x, t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(nx) e^{-n^2 t}$ ，試求上述表示式中係數  $A_6$  之值為何？ (20分)

五、在某公車站，據車次表顯示公車應在正午時分抵達，然而實際上公車總會遲到  $x$  分鐘才來，設  $X$  是一個或然率密度函數， $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  的指數型隨機變數 (exponential random variable)，今設小明於準正午時抵達這個公車站。

(一)計算小明等候時間會超過 5 分鐘之或然率為何？ (10分)

(二)設小明已等候 10 分鐘，試計算他需再等 5 分鐘或更久之或然率為何？ (10分)