

類 科：電信工程
科 目：通信系統概要
考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、依照定義，連續時間訊號 (continuous-time signal) $x(t)$ 可區分為能量訊號 (energy signal)、功率訊號 (power signal)、或是既非能量訊號也非功率訊號。請求以下各小題中訊號的能量 E 與功率 P ，並判斷是否為能量訊號？功率訊號？或既非能量訊號也非功率訊號？

(一) $x(t) = \int_{-\infty}^t (\delta(\tau + 2) - \delta(\tau - 2)) d\tau$ (5 分)

(二) $x(t) = kt^{-\frac{1}{4}} u(t)$ ， k 是常數 (5 分)

(三) $x(t) = e^{-t} \cos tu(t)$ (10 分)

(四) $x(t) = e^{-t} \cos t$ (5 分)

二、假設 $h[n]$ 是線性非時變 (linear time-invariant, LTI) 離散時間系統 (discrete-time system) 的脈衝響應 (impulse response)，且 $x[n]$ 為該線性非時變系統的輸入訊號、 $y[n]$ 為輸出訊號。一個穩定的 (stable) 線性非時變系統的定義如下：如果輸入訊號 $x[n]$ 的值是有限的 (bounded-input, BI)，則該線性非時變系統的輸出訊號 $y[n]$ 的值也是有限的 (bounded-output, BO)。假設 $h[n] = \alpha^n u[n]$ ， α 是常數，

(一) 請問該線性非時變系統是一個 BIBO 穩定系統的條件為何？(5 分)

(二) 承(一)，如果輸入訊號 $x[n] = \beta^n u[n]$ ， β 是常數，請求輸出訊號 $y[n]$ 。(5 分)

(三) 承(一)，如果輸入訊號為 $x[n] = e^{j\omega n}$ ，請證明其輸出訊號

$$y[n] = e^{j\omega n} H(e^{j\omega})，其中 H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-j\omega n}。(5 分)$$

(四) 承(一)，如果輸入訊號 $x[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$ ，請求輸出訊號 $y[n]$ 。(10 分)

三、假設一理想的低通濾波器 (low-pass filter) 的頻率響應 (frequency response) 如下所示：

$$H_{LP}(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

假設 $h_{LP}[n]$ 為該低通濾波器 $H_{LP}(e^{j\omega})$ 的脈衝響應 (impulse response)，請回答以下的問題：(每小題 5 分，共 20 分)

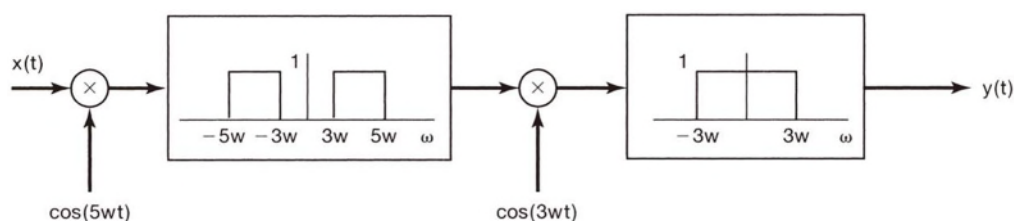
(一) 請問 $h_{LP}[n]$ 是否為因果系統 (causal system)？為什麼？

(二) 若 $h[n] = (-1)^n h_{LP}[n]$ ，請問 $h[n]$ 為何種濾波器？

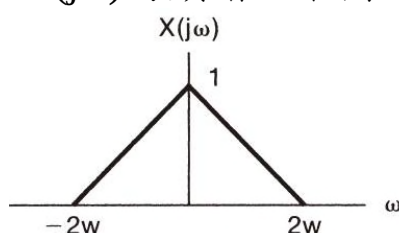
(三) 若 $h[n] = 2\cos(2\omega_c n)h_{LP}[n]$ ，請問 $h[n]$ 為何種濾波器？

(四) 若 $h[n] = \begin{cases} h_{LP}[n/2], & n \text{ even} \\ 0, & n \text{ odd} \end{cases}$ ，請問 $h[n]$ 為何種濾波器？

四、考慮下圖中的系統：



其中 $x(t)$ 為輸入訊號， $y(t)$ 為輸出訊號。假設 $X(j\omega)$ 為 $x(t)$ 的傅立葉轉換 (Fourier transform)，且 $X(j\omega)$ 的頻譜如下圖所示：



請描繪出該系統輸出訊號的頻譜 $Y(j\omega)$ 。(15 分)

五、假設 $X(j\omega)$ 為連續時間訊號 $x(t)$ 的頻譜，根據奈奎斯特取樣定理 (Nyquist sampling theorem)，如果取樣的週期 $T = 10^{-4}$ s，請判斷以下的訊號 $x(t)$ (或 $X(j\omega)$)，其取樣後的訊號 (sampled signal) 是否可經由理想的數位類比轉換器 (digital-to-analog converter, DAC) 完美重構 (perfect reconstruction)？(每小題 5 分，共 15 分)

(一) $X(j\omega) = 0$ for $|\omega| > 5000\pi$

(二) $x(t) = \left(\frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t} \right)^2$

(三) $x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$