

類 科：氣象

科 目：微積分

考試時間：1小時30分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、下列函數：(每小題 10 分，共 20 分)

(一)在那些地方連續？那些地方不連續？請詳述理由。

(二)在那些地方可微分？那些地方不可微分？請詳述理由。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

二、求反三角函數  $f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$  之所有二階偏微分。(20 分)

三、已知向量函數  $\vec{f}'(t) = \left( \frac{t}{t+1-\sqrt{t+1}}, \frac{1}{\sqrt{t(t+1)}}, \frac{1}{(t^2+1)^2} \right)$  且  $\vec{f}(0) = (3, 2, 1)$ ，求  $\vec{f}(t)$ 。(20 分)

四、求自然對數函數  $f(x) = \ln x$  對  $x = a > 0$  這點展開的泰勒級數一般項公式及其收斂半徑。(20 分)

五、求  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y^2$  在區域  $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$  的最大值和最小值，並分別找出產生最大值和最小值的所有點。(20 分)