

類 科：天文、氣象
科 目：微積分
考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請求出函數 $f(x, y, z) = 2x + y - z$ 在區域 $\{(x, y, z): x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 1\}$ 的最大及最小值。(25分)

二、計算雙重積分值：(25分)

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx dy$$

三、設曲線 $L = \{(x, \sin x): x \in [0, \pi/2]\}$ ，請求出 L 繞 x 軸一圈所產生的曲面的面積。(25分)

四、設 $P(t)$ 是物種在時間 t 時的總數，經典的數學模型是以下的 logistic 模型：

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P(\gamma - P)$$

這時 α 跟 γ 都是正的實數。請回答下列兩個問題：

(一) 假設初始物種總數為 $P(0) = P_0$ 且 $0 < P_0 < \gamma$ ，請問物種數的變化率，也就是 dP/dt ，是否一直是遞增函數？如果不是，請問在物種數 P 等於多少時， dP/dt 的遞增或遞減性會產生改變？(15分)

(二) 現在假設初始值 P_0 為任一正數，請說明此時的 $P(t)$ 在 $t \rightarrow \infty$ 會趨近於什麼值？這個趨近值跟 P_0 有沒有關係？(10分)