

類 科：天文、氣象

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{4n}$ 。(15 分)

二、(一)求通過 $x^2 + x - xy^3 + 2y + 2 = 0$ 之圖形上一點 $(1, 2)$ 之切線方程式。(15 分)

(二)已知 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ，求 $f^{(n)}(0)$ 。(15 分)

三、求 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3y + 2$ 在點 $(2, 3)$ 之最大方向導數 (directional derivative)。(15 分)

四、求函數 $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$ 在 $c = 0$ 之泰勒級數 (Taylor Series)。(15 分)

五、計算下列積分：

(一) $\int_0^2 \frac{1}{x^2 - 3x - 10} dx$ 。(10 分)

(二) $\iint_R xy^2 dA$ ，其中 $R = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$ 。(15 分)