

類 科：天文、氣象

科 目：微積分

考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求適當的實數 a 和 b 滿足下列極限等式

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x-1} = 1。 \quad (15 \text{ 分})$$

二、求函數 $f(x) = \sin x$ 在 $x = \pi/2$ 的泰勒級數 (Taylor series)，且決定此級數的收斂區間 (interval of convergence)。(15分)三、在定義為 $x^2 + 4y^2 \leq 24$ 的金屬橢圓盤上，每點的溫度函數為 $T(x, y) = x^2 + 2x + y^2$ 。求在金屬橢圓盤上溫度函數 T 最高溫和最低溫的值，並且求分別對應最高溫和最低溫的點。(20分)

四、假設一個xyz空間實體 (solid) D 是由兩個圓柱

$$x^2 + y^2 \leq 1 \text{ 及 } x^2 + z^2 \leq 1$$

所交集出來的空間區域。求此實體 D 的體積為何。(20分)

五、計算下列不定積分：

$$(一) \int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx。 (15 \text{ 分})$$

$$(二) \int e^{2x} \cos 3x dx。 (15 \text{ 分})$$