

114年特種考試地方政府公務人員及
離島地區公務人員考試試題

考試別：地方政府公務人員考試

等別：三等考試

類科：統計

科目：抽樣方法與迴歸分析

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、在一地區抽樣調查 400 人，其中有 40 人使用 A 品牌手機。

(一)試求此地區使用 A 品牌手機人數比例 p 的 95% 信賴區間（註： $Z_{0.025} = 1.96$ ）。（10 分）

(二)若誤差 $e = |\hat{p} - p| = 0.04$ ，則在 95% 的信賴水準下，樣本大小 n 至少應為多少？（15 分）

二、某位統計學家想估計 A 鎮居民每月生活花費。設該鎮有 $N = 120$ 鄰，此統計學家隨機抽出 $n = 4$ 鄰，再由其中抽出數戶，得資料如下：（單位：千元）

每鄰戶數 M_i	樣本戶數 m_i	\bar{y}_i
80	8	16
47	5	30
62	6	21
39	4	45

試求：

(一)該鎮居民每月平均生活花費 \bar{Y} 的比例機率兩階段估計值。（7 分）

(二)該鎮居民每月平均生活花費 \bar{Y} 的 95% 近似信賴區間。（18 分）

三、統計學家對某組數據，以最小平方方法所配適的迴歸線為：

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i}$$

其中最小平方估計式 $\hat{\beta}_1 = \frac{S_{x_1 y}}{S_{x_1 x_1}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$ 。但實際上，反應值 y_i 還會受到第二個變數 x_{2i} 影響，因此真實的迴歸線如下：

$$E(y_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}$$

在此情形下，請問以最小平方估計式 $\hat{\beta}_1$ 來估計 β_1 的偏誤量 (bias) 為多少？請詳細列出偏誤量的數學式及其推導過程。(25 分)

四、簡單線性迴歸模型如下：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

其中 ϵ_i 為 iid 且服從 $N(0, \sigma^2)$ 。今某高中老師收集 12 位學生的英文成績 (X) 及數學成績 (Y) 如下：

X	65	63	68	65	66	65	68	67	72	67	70	63
Y	63	65	71	64	68	63	65	66	70	68	69	67

(一)請以此資料配適簡單線性迴歸模型。(10 分)

(二)以所配適的模型，預測當學生英文成績為 69 時，數學成績為何？(5 分)

(三)請以 $\alpha = 0.05$ ，進行雙尾檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ ， $H_1: \beta_1 \neq 0$ 。請寫出詳細檢定過程與結果 (註： $t_{10,0.025} = 2.2281$ ； $t_{11,0.025} = 2.2010$ ； $t_{12,0.025} = 2.1788$)。(10 分)