

等 別：三等考試

類 科：天文

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程與向量分析）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、設 A 為 $n \times n$ 矩陣，證明 A 可對角線化的充要條件是 A 擁有 n 個線性獨立的特徵向量。
(20 分)

二、求 $f(x, y) = 2xy + 1 - (x^4 + y^2)/2$ 之局部極大點、極小點與鞍點。(20 分)

三、用重積分求平面 $x + 2y + z = 2$ 和三座標面所夾有限立體區域的體積。(20 分)

四、解微分方程式： $xy'(x) = y^3(x)$ 與 $y(1) = 1$ 。若 $y(1) = -1$ ，其解又為何？(20 分)

五、求 $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ 對原點展開的泰勒級數一般項公式，其收斂區間為何？(20 分)