

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：統計學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、常態分配 (Normal distribution) 其平均數為 0，變異數為 σ^2 ，機率密度函數為

$$f(x|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right)$$

。從中隨機抽取 n 個隨機樣本， X_1, X_2, \dots, X_n 。

(一)虛無假設與對立假設分別為 $H_0: \sigma = \sigma_0$ 和 $H_1: \sigma > \sigma_0$ ，求齊一最強檢力檢定 (uniformly most powerful test)。(13分)

(二)由(一)所得的檢定，將其檢力函數以卡方分配函數呈現。(10分)

二、某投資客購買 A 股 100 張，B 股 150 張。令 X 代表 A 股的獲利而 Y 代表 B 股的獲利。假設 (X, Y) 的聯合分配是齊一 (uniform) 分布於 $-2 \leq x \leq 4$ ， $-1 \leq y - x \leq 1$ 。(一)求 X 和 Y 的邊際機率密度函數。(12分)(二)求 X 和 Y 的期望值。(10分)

(三)求投資客的獲利期望值。(5分)

三、常態分配 (Normal distribution) 其平均數為 μ ，變異數為 σ_0^2 (已知)，機率密度函數

$$f(x|\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

。從中隨機抽取 n 個隨機樣本， X_1, X_2, \dots, X_n ，且

假設 μ 的先驗分配 (prior distribution) 為常態分配而母體均數是 α_0 ，變異數為 β_0 ， α_0 和 β_0 為已知的常數。試求：(一)求 $\mu|x$ 的事後分配 (posterior distribution)。(12分)(二)利用損失函數為誤差平方，求 μ 的貝氏估計式 (Bayes estimator)。(10分)

四、隨機自某公司抽取 7 個員工，他們每個月的薪水與儲蓄資料 (單位：萬元) 如下表所列：

員工	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
薪資收入 x	8	11	9	6	6	8	7
儲蓄 y	1.5	2.2	1.6	0.7	0.8	1.3	1.0

(一)迴歸係數 (斜率) 估計值為何？(6分)

(二)求迴歸係數 (斜率) 之估計標準誤 (standard error of estimate)。(6分)

(三)求母體迴歸係數 (斜率) 之 95% 信賴區間。(6分)

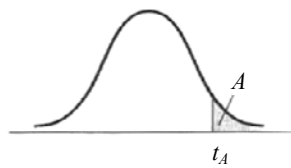
(四)檢定 $\beta_0 + 6\beta_1 = 1$ 之說法並解釋 $\beta_0 + 6\beta_1 = 1$ 之意義。($\alpha = 0.05$) (10分)

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：統計學

附 t 表

Critical Values of the Student t Distribution



Degrees of Freedom	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
85	1.292	1.663	1.988	2.371	2.635
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
95	1.291	1.661	1.985	2.366	2.629
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
110	1.289	1.659	1.982	2.361	2.621
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
130	1.288	1.657	1.978	2.355	2.614
140	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609
160	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607
170	1.287	1.654	1.974	2.348	2.605
180	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603
190	1.286	1.653	1.973	2.346	2.602
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576